CESP

Companhia
Energética de
São Paulo

Curso de Topografia

1983

CURSO DE TOPOGRAFIA

2ª reimpressão

São Paulo

1983

E - Diretoria de Engenharia e Construções
EEI - Residência de Três Irmãos e Canal
EEIR - Setor de Obras de Terra e Rocha
M.O. 9 418 300
9 418 304

Av. Paulista, 2064 - 15º andar - Sede II

ADDI - Depósito Legal
1 exemplar

FICHA CATALOGRÁFICA

CESP. Curso de topografia. SP, 1983. 97p.

TOPOGRAFIA 528.4

I. Título.

CESP-83/005-EEI

APRESENTAÇÃO

Com o objetivo de aprimorar continuamente o desempenho de nossas equipes de Topografia, esta Residência, no período que antecedeu o início das Obras de Três Irmãos e Canal Pereira Barreto, propiciou a todos os integrantes de suas equipes um curso de Topografia, voltado em particular para os problemas que ocorrem mais frequentemente em nossa área de atividades.

Este curso foi ministrado pelos Senhores Francisco Carlos David Valério e Cláudio Perches, do Setor Obras de Terra e Rocha de nossa Unidade.

Devido aos bons resultados obtidos, julgamos oportuna a divulgação da apostila preparada pelos nossos dois técnicos acima mencionados, que serviu de roteiro para suas aulas.

LUIS ANTONIO MORILA GUERRA
Engº Setor Obras de Terra e Rocha

NÍVEO AURÉLIO VILLA
Engenheiro Residente

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Topografia (definição)

É a parte da Engenharia Civil, que trata dos princípios e métodos para determinar uma porção limitada da superfície terrestre, inclusive os fundos dos mares e interior das minas, com todos os detalhes naturais e artificiais que aí se encontram, dando ao mesmo tempo uma representação expressiva e rigorosa do seu relevo.

1.2 - Levantamento topográfico

É o conjunto de operações, que tem por objetivo a determinação da posição terrestre ou pouco acima dela. Estas operações consistem, essencialmente, em medir distâncias verticais e horizontais entre diversos objetos, determinar ângulos entre alinhamentos, achar a orientação destes alinhamentos, e situar pontos sobre o terreno valendo-se de medições prévias, tanto angulares como lineares.

Complemento indispensável destes levantamentos é o cálculo matemático, mediante o qual e com dados obtidos diretamente no campo, se determinam distâncias, ângulos, orientações, posições, alturas, áreas e volumes. Ademais grande parte dos dados de campo podem representar-se graficamente em forma de mapas, perfis longitudinais e transversais, diagramas, etc.

Como se vê, o processo completo de um levantamento pode dividir-se em duas partes: trabalhos de campo, para tomada direta de dados, e trabalhos de escritório, para os cálculos e distribuição adequados ao uso que se há de fazer do levantamento.

O levantamento topográfico é **planimétrico** quando as projeções dos contornos e pontos medidos são representadas sobre um plano básico horizontal de referência, e

altimétrico quando são medidas as alturas desses pontos com relação a um plano de referência de nível.

2 - SISTEMA DE MEDIDAS

2.1 - Medidas lineares (Sistema métrico decimal)

O metro, como sabemos, é uma medida padrão em quase todos os países. Corresponde a uma parcela de 1/40.000.000 do meridiano da terra.

O sistema métrico, por ser tão simples de se trabalhar, tende, em breve, a ser usado pela totalidade dos países. Possui os seus múltiplos e sub-múltiplos:

Sub-múltiplos - decímetro = décima parte do metro (0,1 m ou 1 dm)

centímetro = centésima parte do metro (0,01 m ou 1 cm)

milímetro = milésima parte do metro (0,001 m ou 1 mm)

Múltiplos - decâmetro = 10 vezes o metro (10 m ou 1 dam)

hectômetro = 100 vezes o metro (100 m ou 1 hm)

quilômetro = 1.000 vezes o metro (1.000 m ou 1 km)

Exemplos:

2,432 m = 2 metros, 4 decímetros, 3 centímetros e 2 milímetros

2,045 m = 2 metros, 4 centímetros e 5 milímetros

3,002 m = 3 metros e 2 milímetros

5,058 dam = 5 decâmetros, 5 decímetros e 8 centímetros

5,23 dam = 5 decâmetros, 2 metros e 3 decímetros

5,4258 km = 5 quilômetros, 4 hectômetros, 2 decâmetros, 5 metros e 8 decímetros

0,5 m = 5 decímetros

0,01 m = 1 centímetro

0,004 m = 4 milímetros

0,0052 m = 5 milímetros e 2 décimos de milímetro

Exercícios:

Transformar as medidas abaixo para metro:

a) 0,02 km
b) 4,85 cm
c) 8,045 dam
d) 8482 hm
e) 47 mm
f) 42,2 dam
g) 0,420 km
h) 82 cm
i) 0,0025 dm

Respostas:

a) 0,02 km = 20 m
b) 4,85 cm = 0,0485 m
c) 8,045 dam = 80,45 m
d) 8482 hm = 848200 m
e) 47 mm = 0,047 m
f) 42,2 dam = 422 m
g) 0,420 km = 420 m
h) 82 cm = 0,82 m
i) 0,0025 dam = 0,025 m

2.2 - Medidas de superfície

m^2 - mm^2 - cm^2 - dm^2 - dam^2 - hm^2 - km^2

Conhecemos diversas unidades de medidas de superfície como: Alqueire, Quadra, Quarta, etc.

Devido às unidades acima compreenderem uma quantidade de m^2, estudaremos o m^2 com seus múltiplos e submúltiplos quadrados.

Uma superfície de terra geralmente não tem uma forma geométrica regular, mas pode-se avaliar, como veremos posteriormente, quantos km^2, hm^2, dam^2, m^2, dm^2, cm^2, mm^2 ela contém.

Considerando-se uma superfície regular como: quadrado, retângulo, triângulo, trapézio e círculo, conseguimos facilmente avaliar sua área.

Sendo uma superfície não regular poderemos também avaliar sua área. Veremos isto em capítulo posterior.

Quando dizemos que uma superfície tem 5 metros quadrados, isto quer dizer que ela corresponde a 5 quadrados de 1 m de lado.

Exemplo:

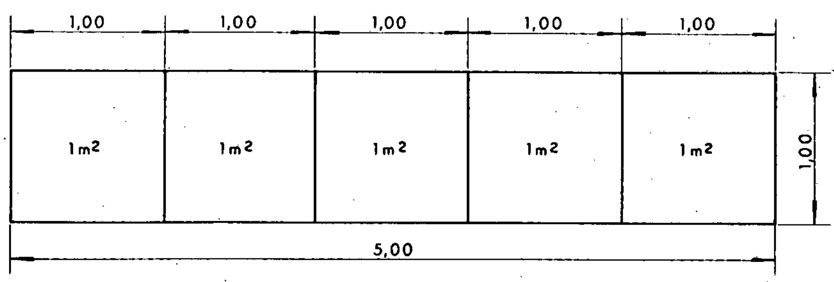


Fig. - 1

Como vemos na figura 1, esta superfície tem uma forma regular (retângulo) com 5 metros de comprimento e 1 metro de largura. Poderemos também ter uma figura bem irregular com 5 metros quadrados.

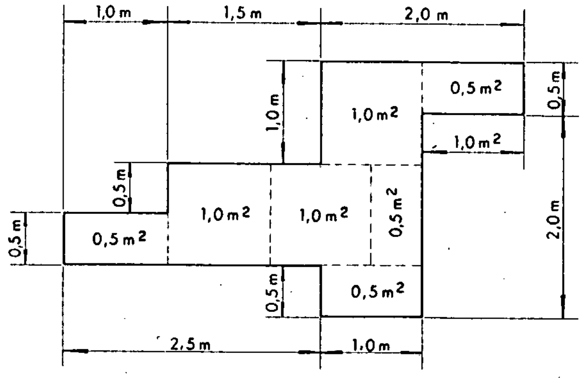


Fig. - 2

Na figura 2, temos uma área não regular; não é quadrada, nem retangular ou de qualquer outra forma geométrica regular. Assim mesmo vê-se que é possível avaliar a sua área. Por isso qualquer superfície, por mais irregular que seja, pode ser medida com maior ou menor precisão, de acordo com os meios disponíveis.

Quando dizemos que o Brasil tem mais de 8 milhões de km², isto significa que sua área corresponde a mais de 8.000.000 de quadrados medindo cada quadrado 1 km de lado.

As medidas de superfície são lidas de duas em duas casas.

Exemplos:

$1{,}02\ m^2 = 1\ m^2$ e $2\ dm^2$

$1{,}0247\ m^2 = 1\ m^2$, $2\ dm^2$ e $47\ cm^2$

$1{,}045832\ m^2 = 1\ m^2$, $4\ dm^2$, $58\ cm^2$ e $32\ mm^2$

$4.420{,}25\ m^2 = 4.420\ m^2$ e $25\ dm^2$

Vejamos um exemplo:

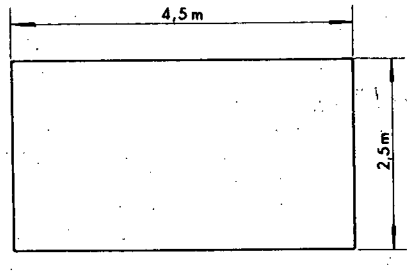


Fig. - 3

Multiplicando-se a largura pelo comprimento de um retângulo, temos o valor de sua área.

Multiplicando-se 4,5 por 2,5 temos a área igual a 11, 25 m^2 .

Isto equivale dizer que no retângulo (fig. 3) cabem 11 quadrados de 1 m de lado e mais 25 quadrados de 1 dm de lado.

Notamos que havendo números a direita da vírgula, temos que saber o seu significado e a sua grandeza.

Exercícios:

1) Explicar as medidas abaixo:

a) 0,45 m^2
b) 0,0002 m^2
c) 1,0435 m^2
d) 10,85 m^2
e) 0,45 dam^2
f) 0,0002 km^2
g) 1,4325 dm^2
h) 10,85 cm^2
i) 0,20 hm^2
j) 0,4252 dm^2
k) 0,02 km^2
l) 8,0040 dm^2

Respostas:

a) 0 m^2 e 45 dm^2 ou 45 dm^2
b) 0 m^2, 00 dm^2 e 2 cm^2 ou 02 cm^2
c) 1 m^2, 4 dm^2 e 35 cm^2
d) 10 m^2 e 85 dm^2
e) 0 dam^2 e 45 m^2 ou 45 m^2
f) 0 km^2, 00 hm^2 e 02 dam^2
g) 1 dm^2, 43 cm^2 e 25 mm^2
h) 10 cm^2 e 85 mm^2
i) 0 hm^2 e 20 dam^2 ou 20 dam^2
j) 0 dm^2, 42 cm^2 e 52 mm^2 ou 4.252 mm^2
k) 0 km^2 e 02 hm^2 ou 2 hm^2
l) 8 dm^2, 00 cm^2 e 40 mm^2

Isolemos o item (1) para um exemplo:

$$\frac{8}{dm^2}, \frac{00}{cm^2}, \frac{40}{mm^2} \; dm^2$$

Se quisermos passar para cm^2 mudamos a vírgula para a casa do cm^2 e teremos: 800,40 cm^2; para mm^2 : 80040mm^2; para m^2 mudamos a vírgula duas casa para a esquerda e teremos 0,080040 m^2 e assim se procede para passar a dam^2, hm^2 e km^2.

2.3 - Medidas de volume.

Vimos que numa figura geométrica regular como, por exemplo, o retângulo, existem duas dimensões: largura e comprimento. Multiplicando uma pela outra, temos sua área.

Para obtermos medida de volume, é preciso que haja mais uma dimensão que é a altura.

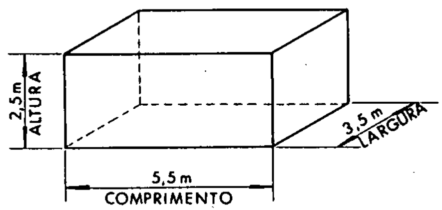


Fig.- 4

Vemos que a figura 4 possui as três dimensões.

Todas as medidas devem ser feitas com a mesma unidade (o metro). Multiplicando: 2,5 x 5,5 x 3,5 teremos o resultado em metros cúbicos.

Portanto: $2,5 \times 5,5 \times 3,5 = \frac{48}{m^3}, \frac{125}{dm^3}$

O objeto acima (fig. 4) corresponde a 48 cubos de 1 m^3, ou seja, de 1 metro de largura, 1 metro de comprimento e 1 metro de altura e ainda mais 125 cubos de 1 dm^3 que são de 1 dm de largura, 1 dm de comprimento e 1 dm de altura.

Vimos neste resultado que, medidas de volume a direita da vírgula, lemos sempre separando de 3 em 3 algarismos.

Exemplo: $\frac{4}{m^3}, \frac{085}{dm^3} \frac{832}{cm^3} \frac{523}{mm^3}$

Para ler ou transformar uma certa medida de m^3 para cm^3, de cm^3 para hm^3, de hm^3 para mm^3, de mm^3 para dm^3, de dm^3 para m^3 etc, procedemos da mesma maneira como vimos no assunto anterior (medidas de superfície), mas com uma diferença: a vírgula será mudada de 3 em 3 algarismos; assim também faremos com as leituras.

Vimos que a fig. 4 representa um objeto de forma geométrica regular e de fácil avaliação de seu volume. Também é possível calcular o volume de figuras irregulares como, por exemplo, a quantidade de m^3 de água existente num lago, o volume de um depósito de brita, pedra, cascalho, etc.

3 - RUMO E AZIMUTE

3.1 - Rumo

É o menor ângulo que a direção considerada forma com a linha norte - sul.

Quando tomamos como referência o meridiano magnético, o rumo obtido é chamado rumo magnético, e quando usamos o meridiano verdadeiro, o rumo obtido é chamado rumo verdadeiro.

O rumo é contado a partir do norte ou do sul e varia de 0^o a 90^o. Se tomarmos para exemplo uma linha A-B qualquer, e se dissermos simplesmente que seu rumo é 50^o, não teremos bem caracterizada a posição relativa da linha, uma vez que esta poderá ser localizada de quatro maneiras diferentes em relação a linha norte - sul. Se apenas dispomos desse elemento, precisamos então indicar qual o quadrante em que a linha está localizada.

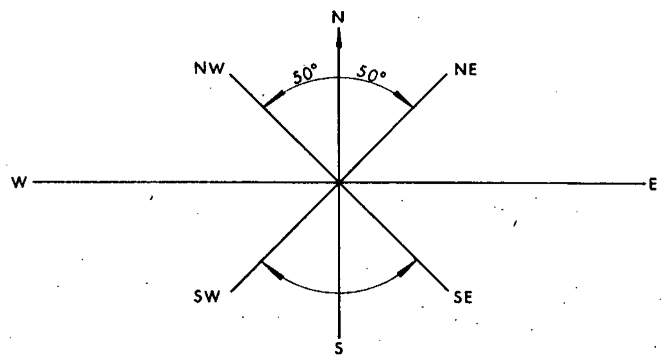


Fig. - 5

Considerando o círculo orientado com a direção norte - sul, quadrante é o ângulo de 90^{o} correspondente a 1/4 da circunferência, onde os ângulos são contados de 0^{o} a 90^{o} a partir das extremidades norte ou sul, em direção aos pontos leste ou oeste.

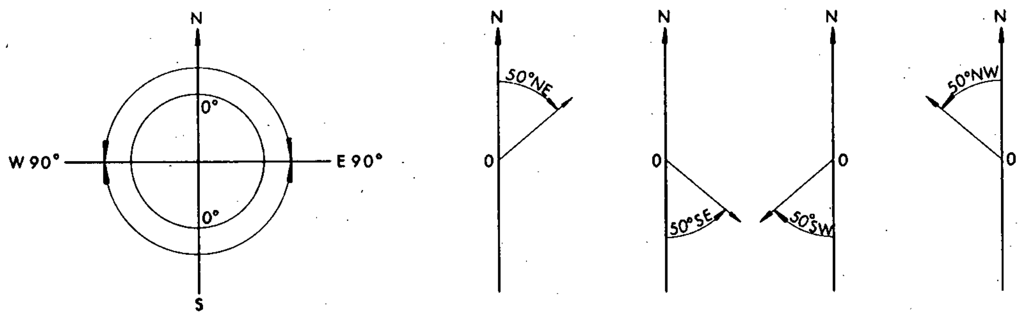


Fig. - 6

O rumo de uma linha AB qualquer é chamado rumo vante, quando tomado de A para B, sendo, no exemplo da figura 7, igual a 60^{o} NE.

O rumo desta mesma linha é chamado rumo ré, quando tomado de B para A, sendo no exemplo da figura 7, igual a 60^{o} SW.

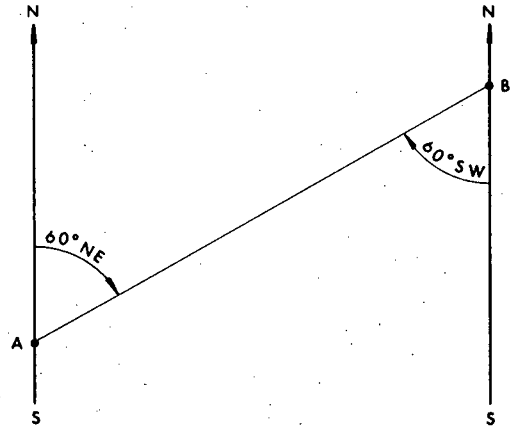


Fig. - 7

Assim o rumo ré de uma linha é igual ao valor numérico do rumo vante, situado em quadrante oposto.

3.2 - Azimute

É o ângulo formado pela linha com direção norte (N)-sul (S), podendo variar de 0^o a 360^o, e tendo sempre o norte como origem.

Se dissermos simplesmente que o azimute de uma linha é igual a 150^o, não teremos elementos suficientes para bem caracterizar a posição relativa da linha.

Assim, precisamos indicar se o azimute é a direita ou a esquerda do norte. Dizemos que o azimute é a direita, quando o ângulo que a linha faz com o meridiano é contado a partir do norte no sentido do movimento dos ponteiros do relógio. Dizemos que o azimute é a esquerda, quando contado ao contrário.

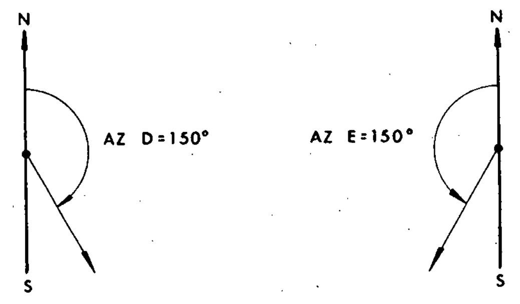


Fig. - 8

Todavia, devemos observar, tendo por base uma linha A - B qualquer, que a soma dos valores de seu azimute a direita com o valor do seu azimute a esquerda resulta sempre igual a 360^o.

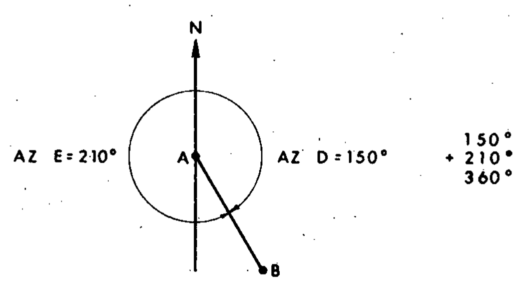
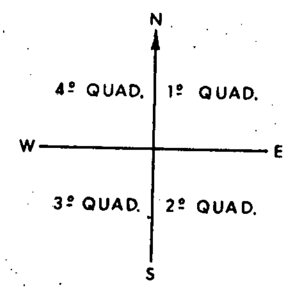


Fig.-9

Azimute rē de uma linha ē igual ao valor do azimute vante + 180°.

3.3 - Transformação de rumos em azimutes



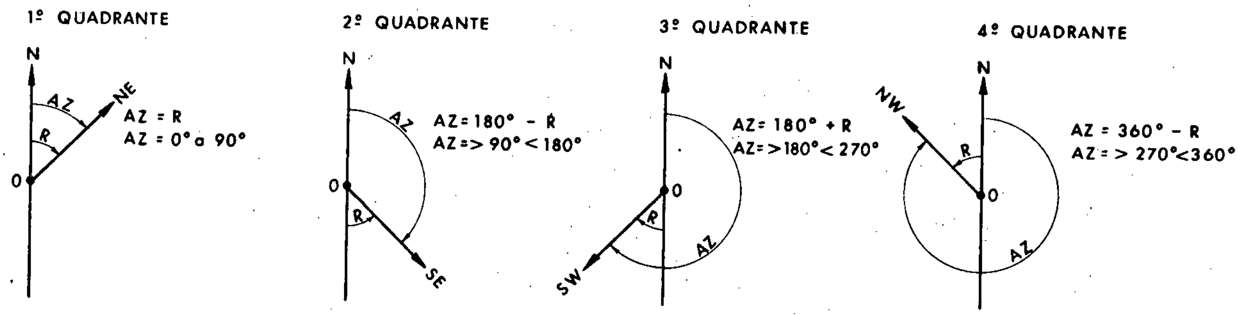


Fig. - 10

3.4 - Transformação de azimutes em rumos

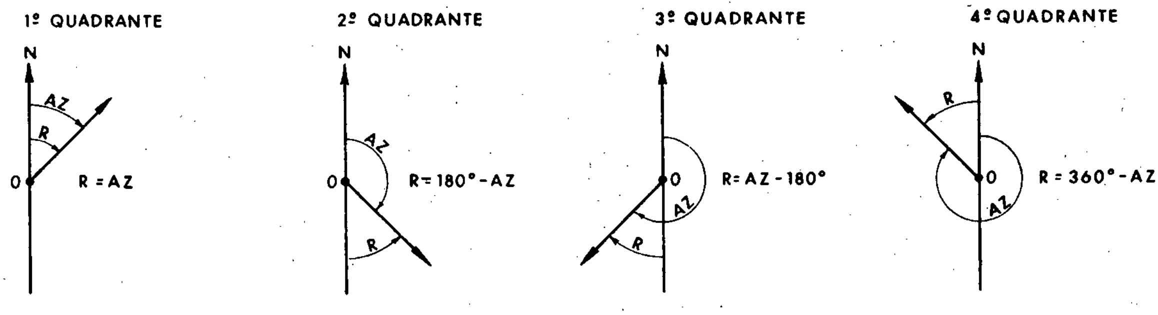


Fig. - 11

3.5 - Operações com rumos e azimutes

Num rumo ou azimute podemos somar ou subtrair ângulos, e assim obtermos novos rumos ou azimutes.

Veremos essas operações em um polígono em que, num dos lados do mesmo já conhecemos o seu azimute. Temos também todos os ângulos externos dos demais lados do polígono, de acordo com as setas indicadas.

Podemos fazer a mesma operação com rumos, mas não a aconselhamos devido a facilidade de cometermos enganos nas operações, porque somamos e subtraímos ângulos que atingem outros quadrantes o que complica um pouco as operações.

Portanto, quando queremos resolver um problema, como o caso da figura 12, podemos fazer todas as operações com azimutes. Se quisermos os resultados em rumos é só transformarmos os azimutes já conhecidos para rumos.

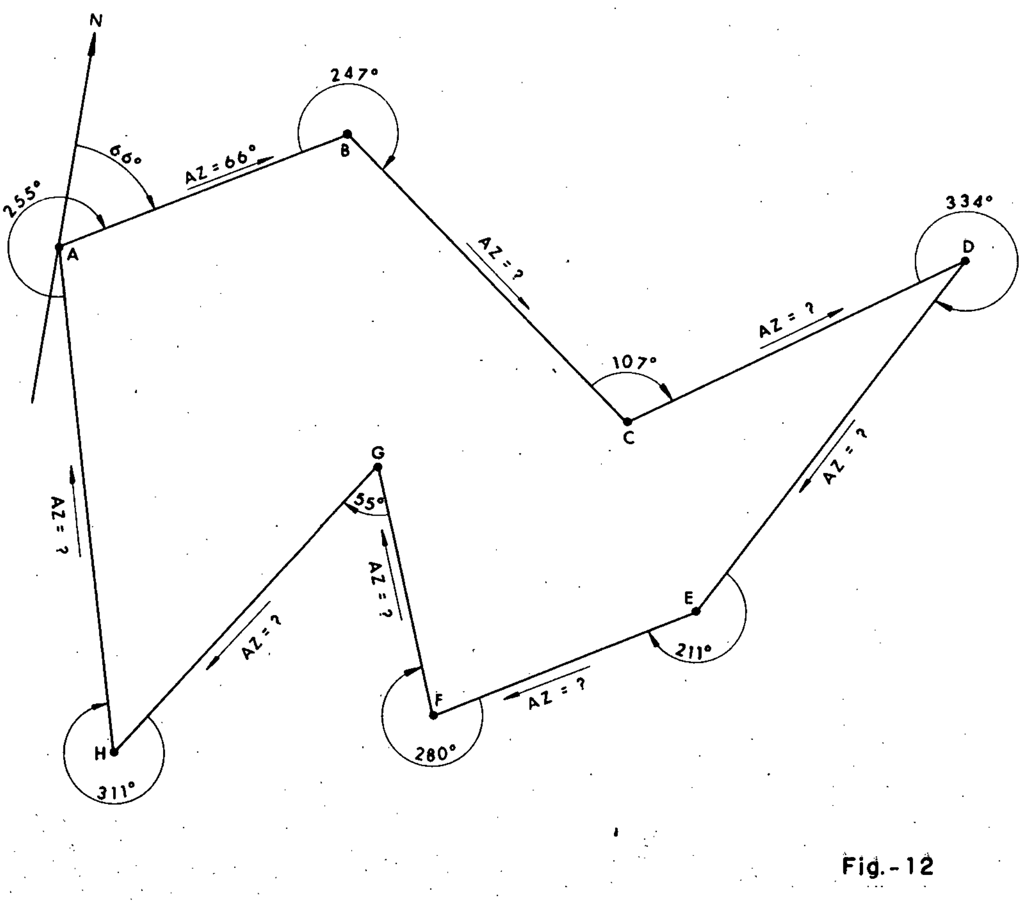


Fig.- 12

Como vemos na figura 13, no lado A - B conhecemos o azimute que é de 66^o.

Imaginemo-nos estacionados no ponto "B" olhando para o ponto "A"; somando-se o ângulo externo 247^o a 66^o temos: $66^o + 247^o = 313^o$.

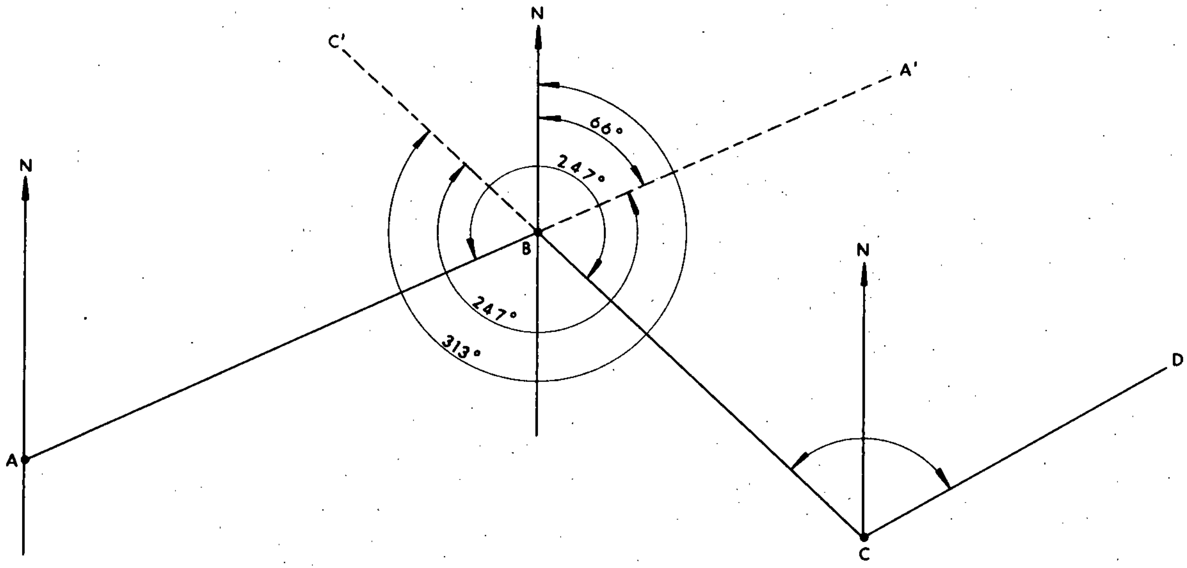


Fig. - 13

Assim, passamos a observar o ponto C, mas em sentido oposto.

Neste caso subtraindo 180^o temos: $313^o - 180^o = 133^o$, que seria o azimute de B-C; somando-se o azimute 133^o mais o ângulo C-D, teremos o azimute inverso (oposto) de C - D.

$133^o + 107^o = 240^o$ (azimute inverso de C-D). Subtraindo-se 180^o temos 60^o que é igual ao azimute C-D. Segue-se, assim, sucessivamente.

Az anterior + ângulo externo $\pm$ 180^o = Az do ponto

Az anterior - ângulo interno $\pm$ 180^o = Az do ponto

Observações:

1 - Estando o observador estacionado em um ponto qualquer, visando um outro ponto e conhecendo o azimute desta direção, poderá nesse azimute somar (direita) ou subtrair (esquerda) ângulos diversos, obtendo assim novos azimutes.

2 - Quando somarmos a um azimute um ângulo a direita e o resultado for maior que 180^{o}, teremos que subtrair 180^{o} do resultado. Caso o 2º resultado seja maior que 360^{o}, subtrai-se 360^{o} do 2º resultado.

3 - Tendo-se o azimute de um ponto A para B, e querendo-se o azimute de B para A, subtrai-se ou soma-se 180^{o} ao azimute de A para B.

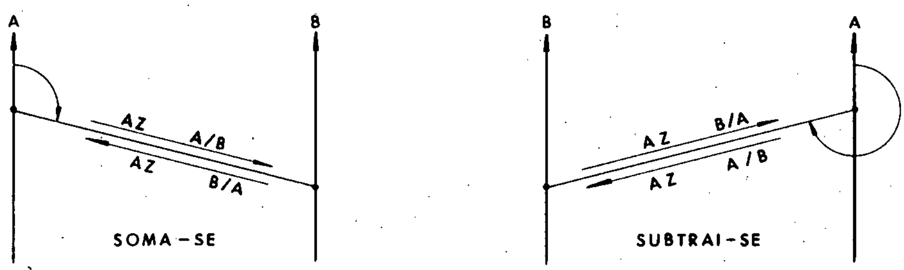


Fig. - 14

4 - DECLINAÇÃO MAGNÉTICA

4.1 - Definição

A direção para onde aponta a agulha imantada varia no correr dos tempos. Para estudar essa variação, escolheu-se como linha de comparação o meridiano geográfico que passa pelo eixo vertical de rotação da agulha.

O ângulo formado entre os dois meridianos, geográfico e magnético, chama-se declinação magnética, que é ocidental quando contada do meridiano geográfico para oeste, e oriental quando contada para leste.

As variações de declinação podem ser assim discriminadas:

1) Geográfica

A declinação varia com a posição geográfica do lugar em que é observada.

2) Secular

No decorrer dos séculos, o norte magnético desloca-se para oeste e depois para leste. Observou-se na França, em Paris, que em 1580 a declinação magnética era de 9^{o} oriental; diminuiu, sucessivamente, até ser nulo em 1663; daí por diante passou a ser ocidental. Caminhou para o ocidente até 1814, atingindo o valor de $22^{o}30'$, voltando novamente para leste.

3) Mensal

A terceira variação é caracterizada pela desigualdade de distribuição do aumento anual durante os meses do ano.

A curva representativa desta distribuição é mostrada na fig. 15. Se não houvesse esta desigualdade, a sua representação seria a linha AB.

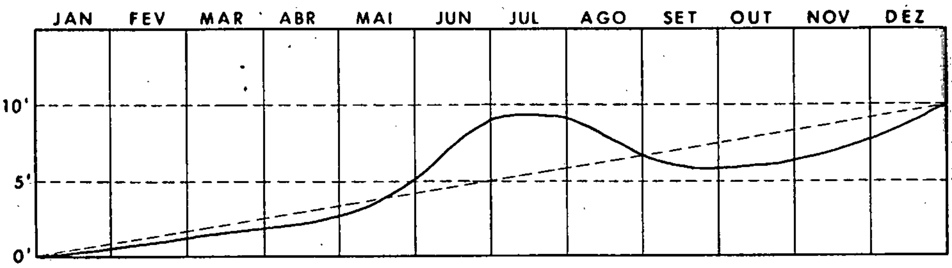


Fig. - 15

4) Diurna

As variações diurnas seguem uma determinada lei, apresentando valores bem sensíveis. Atinge os maiores valores em junho e dezembro, por ocasião dos solstícios, verificando-se que o maior valor é obtido em junho.

5) Local

As variações locais são perturbações da declinação, motivadas por circunstâncias locais, tais como a presença de minérios de ferro (magnetita, eligisto), linhas de transmissão e por alguns vegetais (pau d'alho).

6) Acidental

As variações acidentais são provocadas por tempestades magnéticas, em decorrência de manchas solares.

4.2 - Determinação da variação da declinação magnética

Conhecido o meridiano verdadeiro de um lugar (determinado por observações astronômicas), e comparada a sua direção com o meridiano magnético, teremos o valor da declinação magnética. Se depois fizermos novas determinações, poderemos estabelecer a variação anual, que é de grande importância para o engenheiro na orientação de rumos.

As variações anuais são conhecidas, aproximadamente, em virtude de já se contar com razoável número de observações cobrindo quase toda a Terra, feitas não só por profissionais, como também por missões científicas de todos os países.

4.3 - Problemas sobre declinação magnética

1) O rumo magnético de uma linha na cidade de São Paulo, era em junho de 1907, equivalente a S 42^{o} 18' W. Pede-se o rumo verdadeiro da mesma linha.

Consultando o anuário do Observatório Nacional do Rio do Janeiro, verificamos que em São Paulo a declinação magnética teve os seguintes valores:

Em 1904,2 .... 5^{o} 23'W
Em 1910,0 .... 6^{o} 40'W

Dif. 5,8 anos 1^{o} 17'W

Variação anual = 77' ÷ 5,8 = 13',3

Como entre junho de 1907 (1906,5) e 1904,2 há diferença de 2,3 anos, segue-se que a declinação nesta data deveria ser correspondente a 5^{o} 23' + (2,3 x 13',3) = 5^{o} 53'W. O rumo verdadeiro correspondente, conforme mostra o esquema da fig. 16 é de S (42^{o} 18'-5^{o} 53')W = S 36^{o} 25'W.

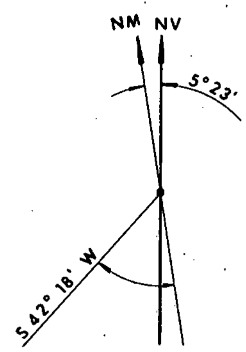


Fig. - 16

2) Em 30/06/1901, foi registrado na cidade de São Roque, um rumo magnético igual a N 40° 11'W. Como se poderia estabelecer essa direção em 30/09/1907 ?

O anuário citado nos dá as seguintes indicações para São Roque:

declinação em 1898,6		4° 09'W
declinação em 1910,0		6° 10'W
diferença	11,4 anos	2° 01'W

Variação anual = 121' ÷ 11,4 = 10'6

A variação total entre 30 de junho de 1901 (1900,5) e 30 de setembro de 1907 (1906,75) foi de:

(1906,75 - 1900,5) x 10',6 = 6,25 x 10',6 = 66' = 1° 06'W

O rumo da linha considerada em 30/09/1907 é igual a N (40º 11' - 1° 06') W = 39° 05' W.

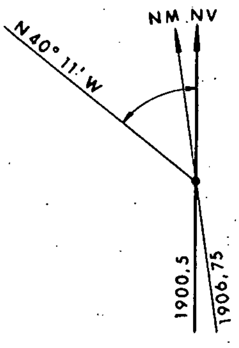


Fig. - 17

5 - NIVELAMENTO

5.1 - Definição

É um conjunto de operações que permite definir a diferença de nível existente entre dois pontos, ou entre uma série de pontos, relacionados uns aos outros.

Para que possamos desenvolver os cálculos, adotaremos um plano de referência.

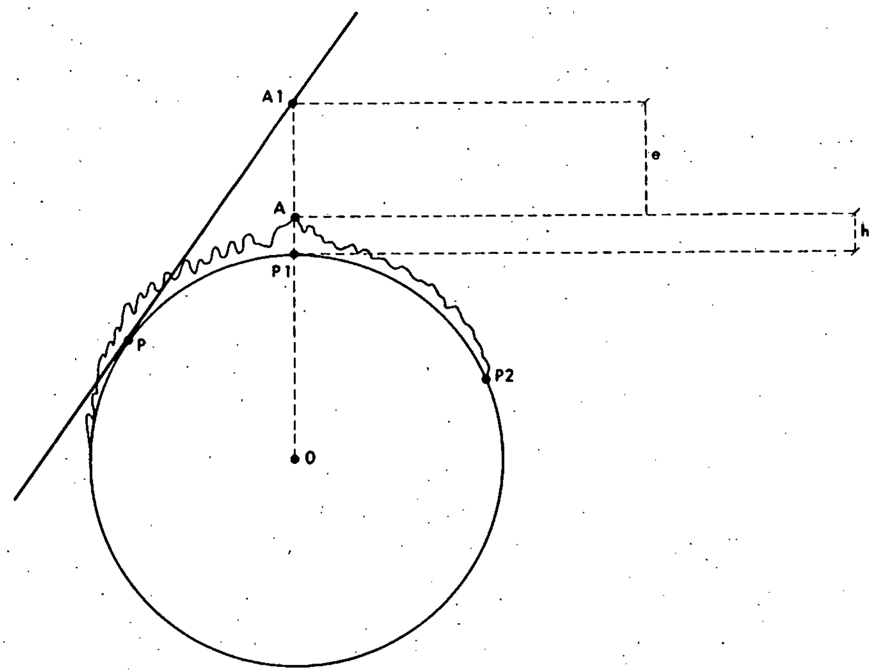


Fig.- 18

Supomos pretender determinar a altura h de um ponto qualquer do relevo terrestre. Tomamos o plano P - P1 - P2 como referência, notando-se que se trata de uma linha curva (superfície das águas do mar, consideradas tranquilas, e geralmente tomada como plano de referência pelas autoridades dos diversos países, para efeito de determinação de diferenças de nível entre pontos, no interior dos continentes).

A diferença relacionada ao nível médio das águas do mar é chamada altitude. Na vida prática, o plano de referência é o plano que passa pela luneta do aparelho estando em nível.

A diferença com relação a este plano ou outro a ele paralelo é chamada Cota.

Da figura 18 tiramos:

Altura real .... OA - OP1 = AP1
Altura aparente .... OA1 - OP1 = A1P1

Como o aparelho está colocado em uma superfície curva (curvatura da terra), a altura determinada por este instrumento é a altura aparente. Notamos uma diferença entre a altura real e a altura aparente e a essa diferença denominamos "erro" (e). Portanto, e = A1P1 - AP1

Como esse erro ocorre em função da distância da visada, quanto maior for a distância, maior será o erro.

Por exemplo: segundo cálculos efetuados, considerando-se o raio de curvatura da terra, bem como a refração que sofre a linha de visada, para uma distância de 120 metros, encontrou-se um erro de 0,0009 mm. Por esse motivo, adotou-se a medida de 120,00 m para visadas com aparelhos comuns em serviços de nivelamentos. Quanto menor a distância da visada, tanto menor será o erro, o qual poderá ser até desprezível.

Os nivelamentos, em geral, podem ser feitos através de diversos aparelhos, desde os mais rudimentares até os mais aperfeiçoados.

Aparelhos usados em nivelamentos

a) **Nível de borracha**

É composto de dois tubos de vidro (graduados ou não) ligados entre si por uma mangueira de borracha ou tubo plástico. O conjunto todo deve estar cheio de água, tomando-se a precaução de evitar a formação de bolhas de ar.

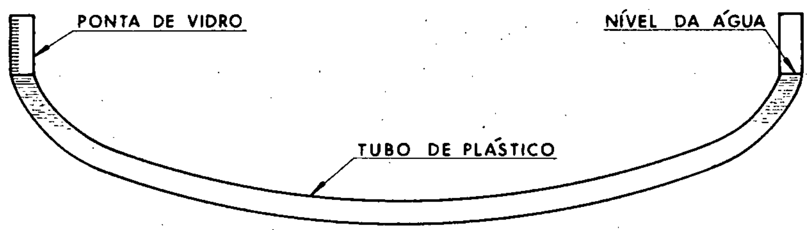


Fig.-19

b) **Nível de bolha**

Temos três tipos de nível de bolha:

Curvo , retilíneo e circular

O nível de bolha é geralmente aplicado ou adaptado em outro instrumento para poder ser usado. Por exemplo: adaptado a uma espécie de régua, como é usado atualmente pelos pedreiros; adaptado a instrumentos de precisão como níveis, teodolitos, etc. O nível de bolha retilíneo é o mais sensível.

O nível circular de bolha é preso a uma haste vertical metálica a qual, por sua vez, é adaptada à mira, quando se quer colocar esta na vertical. Estando a bolha centrada, a mira está na vertical.

Tipos de Mira:

a) Mira corrediça

É usada juntamente com os aparelhos que não possuem luneta. Trata-se de uma régua graduada simples, que possui um dispositivo móvel, através do qual determinaremos os pontos de nível.

b) Mira falante

Com o aparecimento de níveis de tripé com poder de ampliação de imagem (lunetas), surgiram miras graduadas para as leituras a distância. São as miras falantes, que têm geralmente quatro metros de comprimento.

5.2 - Tipos de nivelamento

a) Nivelamento geométrico

É feito com níveis comuns, geralmente obedecendo linhas retas.

b) Nivelamento taqueométrico

É feito com taqueômetro, geralmente pelo processo de irradiação.

c) Nivelamento barométrico

É feito com barômetro (aparelho destinado a medir a pressão atmosférica). As diferenças de nível são determinadas pelas diferenças de pressão, já que sabemos ser menor a pressão nas partes mais altas.

Neste capítulo, o que nos interessa é o nivelamento geométrico. O taqueométrico veremos em capítulo posterior.

Nivelamento geométrico

Pode ser simples ou composto.

Simples:

A determinação de cotas se faz facilmente com uma operação direta no campo.

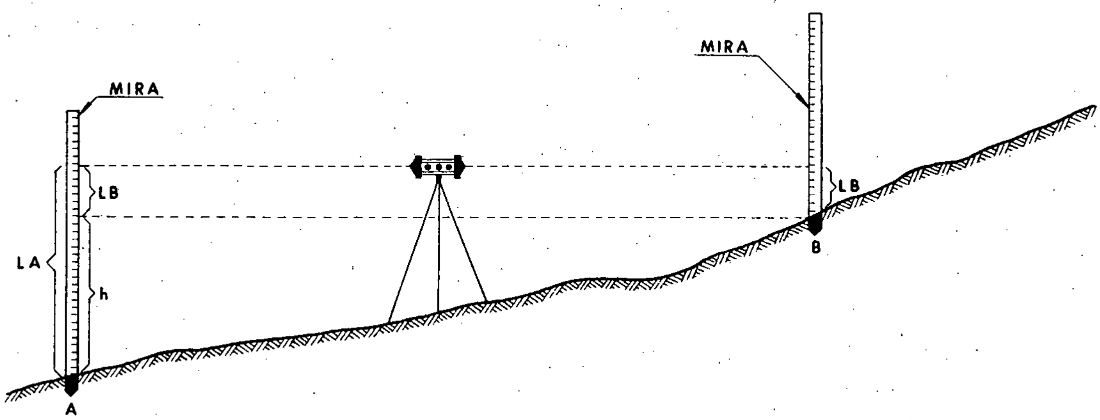


Fig.- 20

Temos os pontos A e B cuja diferença de nível queremos determinar; instalamos o aparelho (nível) entre dois pontos e visamos as miras colocadas sobre eles. A altura h nada mais é do que a diferença entre as leituras feitas na mira colocada respectivamente sobre os pontos A e B.

Exemplo: $LA = 1{,}732\ m$
$LB = 0{,}568\ m$

$h = LA - LB$
$h = 1{,}732\ m - 0{,}568\ m$
$h = 1{,}164\ m$ = diferença de nível

Composto:

O exemplo mais comum é aquele em que pretendemos determinar a diferença de cotas entre dois pontos, situados de tal forma que com a simples instalação do aparelho, não nos seja possível fazer a leitura nas miras situadas sobre esses pontos. Necessitamos visar pontos intermediários, mudando-se o aparelho tantas vezes quantas forem necessárias. Os pontos intermediários são chamados pontos de mudanças ou pontos auxiliares.

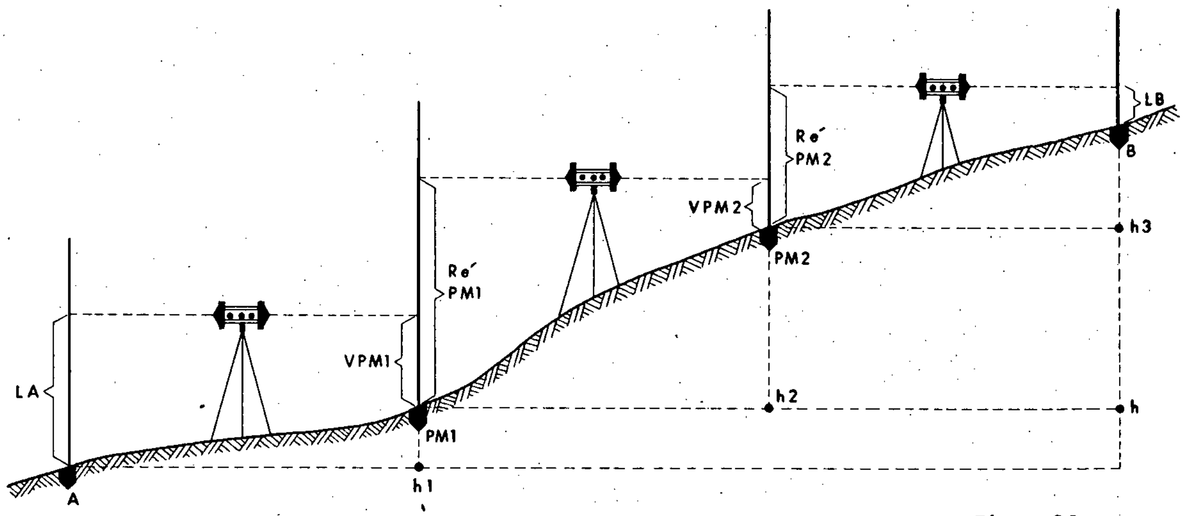


Fig. - 21

As visadas nos pontos de mudanças (P.M.) devem ser feitas com rigor, sendo conveniente cravarmos um piquete a fim de evitar que quando da mudança no aparelho, não se venha a colocar a mira em lugar diverso. Os cálculos para as diferenças de nível a serem determinadas são semelhantes aos do nivelamento geométrico simples.

h1 = LA - VPM1

h2 = Rê PM1 - VPM2   h = h1 + h2 + h3

h3 = Rê PM2 - LB

Exemplo: Determinar a diferença de altura entre os pontos A e B, sabendo-se que:

LA	= 3,898 m	h1	= LA - VPM1
VPM1	= 0,356 m	h1	= 3,898 - 0,356
Rê PM1	= 3,412 m	h1	= 3,542
VPM2	= 1,051 m	h2	= Rê PM1 - VPM2
Rê PM2	= 2,958 m	h2	= 3,412 - 1,051
LB	= 0,015 m	h2	= 2,361
		h3	= Rê PM2 - LB
		h3	= 2,958 - 0,015
		h3	= 2,943

sendo que:

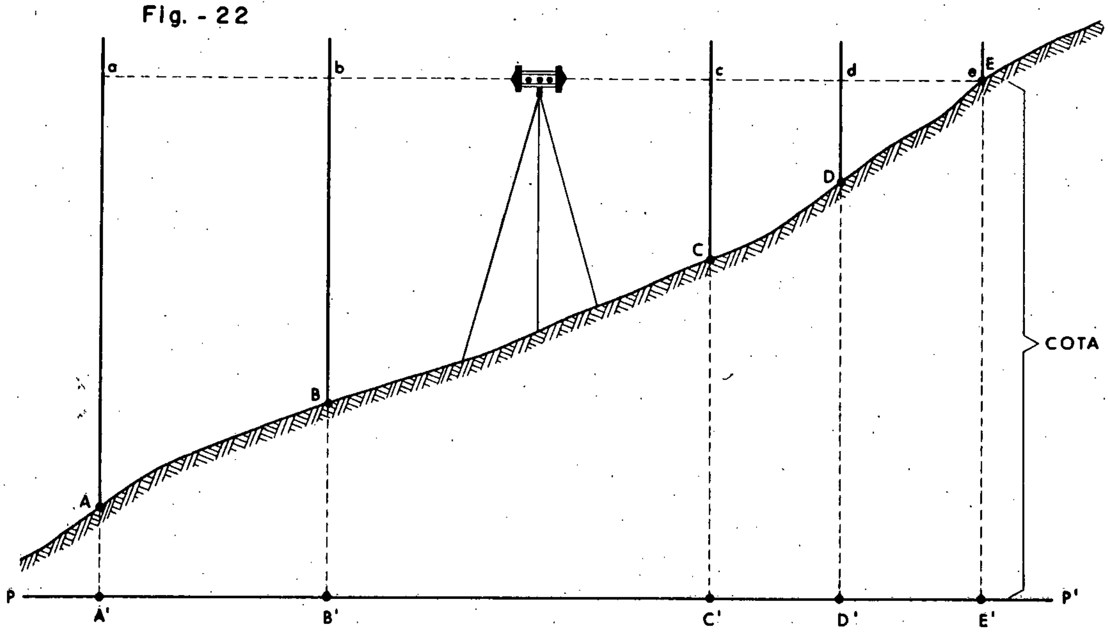
$h = h1+h2+h3 \therefore h = 3,542+2,361+2,943 \therefore h = 8,846$

Portanto, a diferença de cotas dos pontos A e B é igual a 8,846 m.

5.3 - Cotas, alturas do instrumento e RNs

O uso de sistema de sinais para indicar a posição de um ponto com relação a outro, pode originar confusões. Para que estas sejam evitadas, adotamos um plano horizontal qualquer para servir de referência, de forma que nenhum dos pontos em estudo fique abaixo deste plano. Às alturas dos pontos a esse plano de referência dá-se o nome de COTAS.

Fig. - 22



P P' = Plano de referência

A A' = Cota do Ponto A

B B' = Cota do Ponto B

C C' = Cota do Ponto C

D D' = Cota do Ponto D

E E' = Cota do Ponto E

Supomos ter instalado o aparelho (nível) em um ponto qualquer visando-se a mira situada sobre o ponto **a**, na qual fazemos a leitura **Aa**. Se fizermos a linha A'A+Aa = A'a = altura do instrumento, a distância que vai da linha de colimação da luneta, até o ponto de referência, chama-se altura do instrumento (HI). Se o aparelho não muda de posição a HI é sempre constante. Portanto, A'a = B'b = C'c = D'd = E'e. Se conhecemos a HI podemos determinar a diferença de nível ou a cota de cada ponto. Podemos tomar um valor arbitrário para a cota de A, como também podemos ter o valor verdadeiro dessa cota, transportado do nível (médio) dos mares. A cota do primeiro ponto visado chamamos de referência de nível (RN). O RN poderá, em alguns casos, estar situado fora da área em estudo. Nesse caso, partindo dessa referência de nível inicial, fazemos o transporte das cotas partindo do plano de referência, cravando-se na área de estudo um segundo marco que passará a servir de RN secundário. Assim teremos tantos RNs quantos forem necessários, como também um RN final. Esses pontos poderão servir eventualmente de início para outros nivelamentos. Para o nivelamento de uma área além dos RNs, havendo necessidade de mudança do aparelho, utilizamos as cotas dos pontos intermediários e dos pontos de mudanças. Chamamos visada rê, a leitura sobre a mira colocada em um ponto cuja cota já conhecemos. Na figura, se fosse conhecida a cota de A ou seja, a distância A'A, teríamos uma visada a rê. Geralmente a primeira visada a rê em um nivelamento é feita sobre um RN, verdadeiro ou arbitrário. Visada vante é aquela efetuada sobre os pontos cujas cotas queremos definir.

V. Ré : Ponto de cota conhecida

V. Vante : Ponto de cota a determinar

Podemos ainda dizer:

HI = Cota RN + V. Ré

Cota (qualquer) = HI - V. Vante

Da figura 22 temos:

AA' + Aa = HI

BB' + Bb = HI

CC' + Cc = HI

DD' + Dd = HI

EE' + Ee = HI

A visada vante é intermediária, quando feita sobre a mira colocada em um ponto, cuja cota queremos determinar, não servindo para mudança do aparelho (nível).

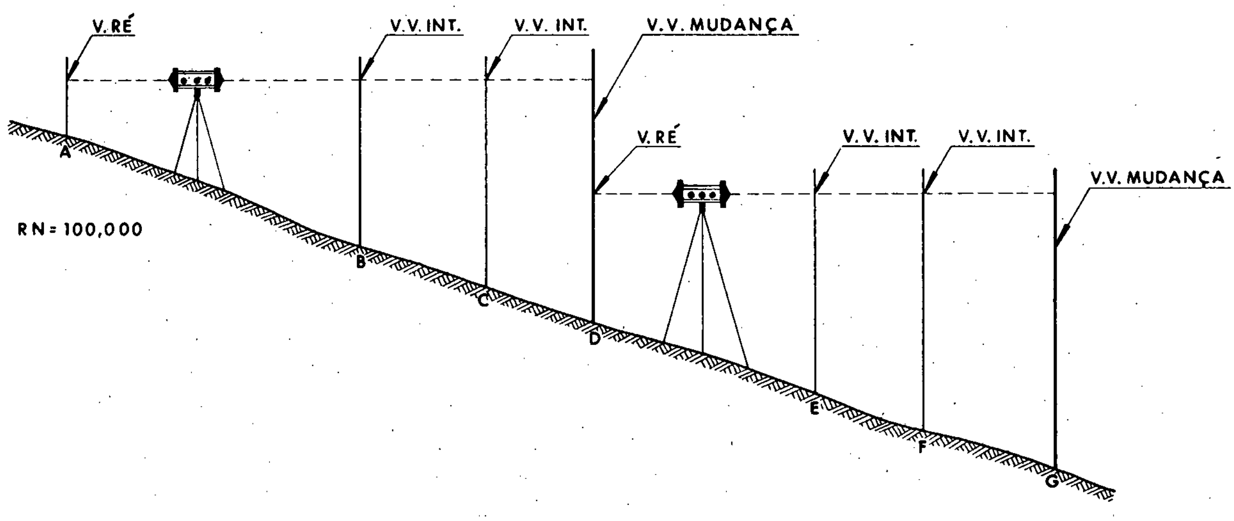


Fig. - 23

Visamos a ré no ponto A (RN), por ser de cota conhecida, e achamos a altura do instrumento (HI). Visamos, depois, os pontos B e C. Essas visadas chamamos de visadas vante intermediárias (V.V.I.), pois não serviram para mudança do nível. Somente a visada efetuada em D é considerada visada vante de mudança (V.V.M.), pois face à vários motivos tais como: distância da mira maior que o permissível, vegetações, obstáculos, declividade acentuada do terreno, etc., que impedem a boa visão da mira, somos obrigados a mudar o aparelho para outro local e visarmos a ré sobre a mira colocada ainda no ponto **D**.

Esse ponto, que terá sua cota determinada em função da leitura vante anterior, torna-se praticamente um RN secundário. As visadas seguintes serão vantes intermediárias, até que sejamos obrigados a fazer nova mudança de aparelho, ou então terminarmos nosso trabalho.

Se houver erro numa visada vante intermediária, ele permanecerá apenas nesse ponto (ponto respectivo), ao passo que, se cometermos um erro numa V.V.M., ele será levado adiante quando feito o cálculo da cota dos outros pontos, pois, como já vimos, é através da V.V.M. que determinamos a nova altura do instrumento (HI).

Assim, devemos ter cuidado redobrado quando da visada da mira, colocada nos pontos de mudança.

Vemos então, que há possibilidade de cometermos erros em nivelamento, e por isso devemos saber quais os limites desses erros para que possamos avaliar a precisão do trabalho:

e = erro médio = $E\sqrt{M}$

E = erro admissível por km de nivelamento = 5 mm/km

M = extensão em km

$2e$ = erro máximo

$2 . E . \sqrt{M}$ = dobro do erro médio

Exemplo: nivelamento de 9.000 m.

E = 5 mm/km

M = 9 km

e = 5 mm . 3 = 15 mm

$2e$ = 30 mm (erro máximo)

Exemplo de Nivelamento Geométrico Composto

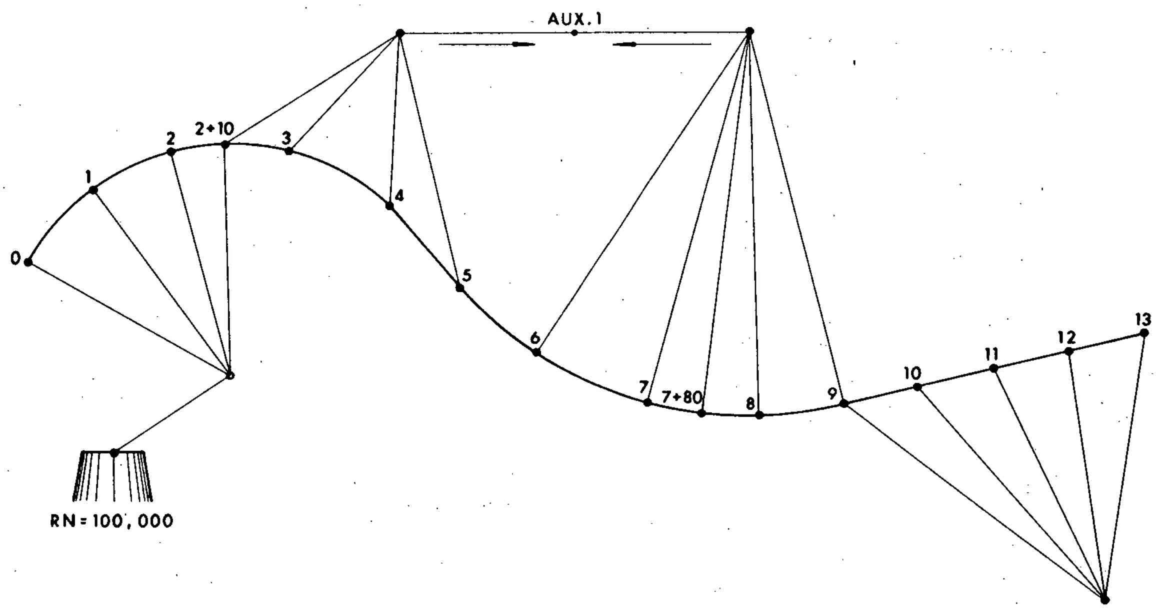


Fig.- 24

ESTACAS	ALTURA DO INSTRUMENTO H.I.	VISADA RÉ	VISADA VANTE INTERMEDIÁRIA	MUDANÇA	COTAS
R N					100,000
R N	101,567	1,567			
0			2,335		99,232
1			1,462		100,105
2			0,874		100,693
2 + 10,0				0,346	101,221
2 + 10,0	104,385	3,164			
3			2,887		101,498
4			1,452		102,933
5			0,761		103,624
Aux 1				1,412	102,973
Aux 1	103,425	0,452			
6			1,267		102,158
7			2,452		100,973
7 + 8,0			2,721		100,704
8			2,925		100,500
9				3,004	100,421
9	102,992	2,571			
10			2,960		100,032
11			3,012		99,980
12			2,463		100,529
13				2,016	100,976
SOMATÓRIA		7,754		6,778	

Cota final = cota inicial + Σvisadas rē - ΣV. mudança

Cota final = 100,000 + 7,754 - 6,778 = cota final = 100,976

Cota final - cota inicial = ΣV. rē - Σ V.V. mudança (diferença de nível)

100,976 - 100,000 = 7,754 - 6,778 = 0,976

6 - CURVAS DE NÍVEL

6.1 - Definição

São linhas que unem pontos da mesma cota.

No traçado das curvas de nível, adotamos escalas de conformidade com o desenho da área levantada.

Exemplo:

Usamos escalas de 1/1000 quando as curvas de nível indicarem desnível de 1 metro.

Usamos escalas de 1/20.000 quando as curvas de nível indicarem desnível de 20 metros.

6.2 - Propriedades das curvas de nível

1) Duas curvas de nível de cotas diferentes não se cruzam e nem se tocam;
2) As curvas de nível são curvas fechadas;
3) Se as cotas tiverem valor decrescente, de fora para dentro teremos uma depressão;
4) Se as curvas tiverem cotas crescentes de fora para dentro, teremos uma elevação;
5) O terreno é tanto mais acidentado quanto mais próximas umas das outras estiverem as curvas de nível;
6) Num conjunto de curvas de nível, a máxima declividade do terreno, está na secção onde as curvas são mais próximas, e a mínima onde elas são mais distantes.

6.3 - Determinação das curvas de nível

As curvas de nível podem ser obtidas por 2 modos:

1) Achando-se cotas inteiras diretamente no campo;

2) Achando-se primeiro as cotas fracionárias e por interpolação, determinando-se as cotas inteiras.

As cotas inteiras são obtidas diretamente no campo empregando-se um pequeno aparelho denominado **Nível de Mão**.

As cotas fracionárias são obtidas pelo nível de tripé, pelo taqueômetro e por outros aparelhos denominados clinômetros.

6.4 - Interpolação das curvas de nível

6.4.1 - Processo analítico

Suponhamos que foram obtidas as cotas fracionárias 683,24 e 684,32; queremos determinar a cota inteira 684 compreendida entre elas.

A diferença de altura entre os pontos é 684,32 - 683,24 = 1,08

e entre as cotas 684,32 e 684 a diferença é 0,32.

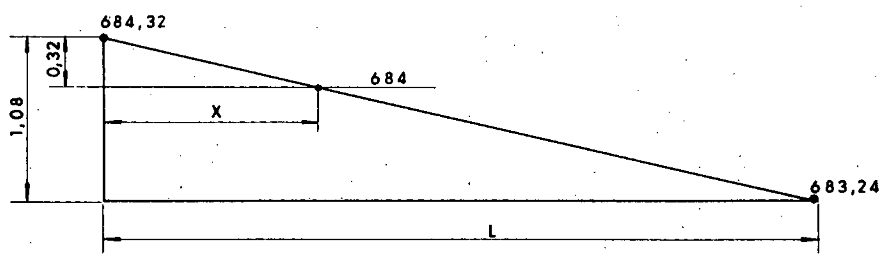


Fig.-25

Da figura 25, em vista da relação de triângulos, temos:

$$\frac{1,08}{L} = \frac{0,32}{X} \quad \therefore \quad X = \frac{0,32 \cdot L}{1,08}$$

Sendo X a distância que deve ser marcada no desenho, a partir do ponto de cota 684,32.

6.4.2 - Processo gráfico

É um processo prático para interpolação de cotas, e consiste no seguinte:

Determinadas as cotas dos pontos A e B, subtrai-se desses valores a cota inteira intermediária entre eles. A seguir traça-se duas perpendiculares à linha A B, passando uma pelo ponto A e a outra pelo ponto B. As diferenças entre as cotas de A e B para a cota inteira, são marcadas em escala a partir dos pontos A e B, respectivamente; para cima se o valor for positivo e para baixo caso seja negativo.

Exemplo:

Entre o ponto A de cota 98,828, e o ponto B de cota 99,320, situa-se um ponto de cota 99,000. Fazemos então:

$$\begin{array}{r} 98{,}828 \\ -\ \underline{99{,}000} \\ -\ 0{,}172 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 99{,}320 \\ -\ \underline{99{,}000} \\ +\ 0{,}320 \end{array}$$

Com esse resultado, procederemos como mostra a figura 26 e obteremos o ponto de cota 99,000.

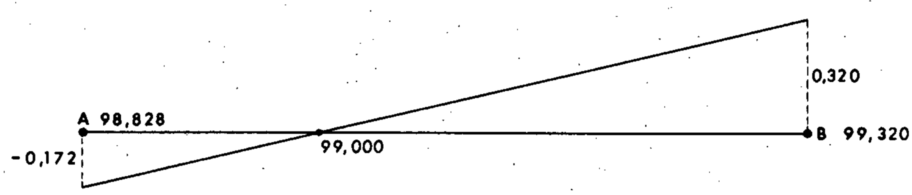


Fig.- 26

6.5 - Desenho de curvas de nível

Suponhamos que se queira executar a terraplenagem de certo terreno. Primeiramente vamos quadriculá-lo, a fim de acharmos as cotas dos diversos pontos.

Suponhamos que o resultado obtido com o nível de tripé tenha sido o indicado na figura 27.

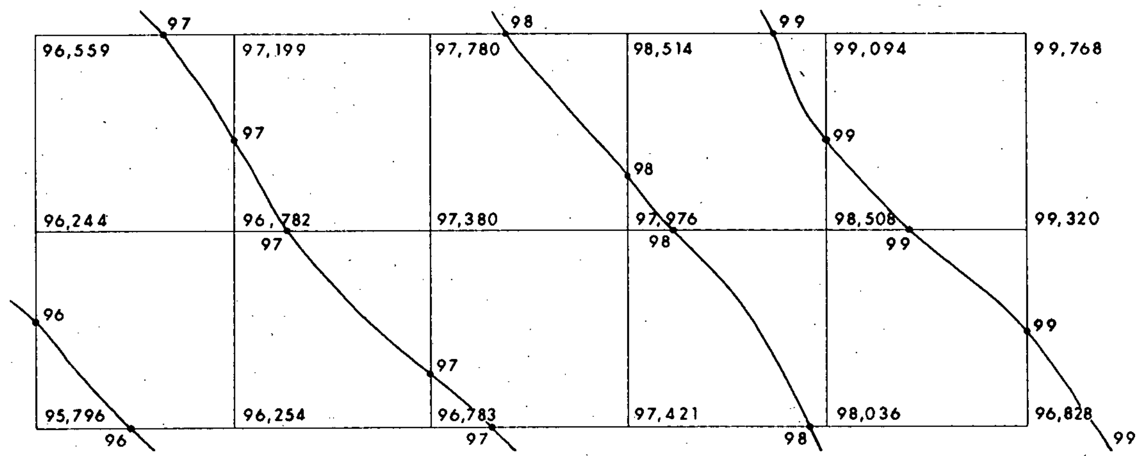
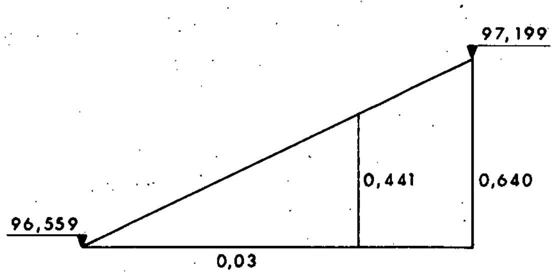


Fig. - 27

$$\begin{array}{r} 97,199 \\ -\ 96,559 \\ \hline 0,640 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 0,03 \text{——} 0,640 \\ x \text{——} 0,199 \end{array} \qquad x = \frac{0,03\ .\ 0,199}{0,640} \qquad x = 0,009$$

$$\begin{array}{r} 98,514 \\ -\ 97,780 \\ \hline 0,734 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 0,03 \text{——} 0,734 \\ x \text{——} 0,514 \end{array} \qquad x = \frac{0,03\ .\ 0,514}{0,734} \qquad x = 0,021$$

$$\begin{array}{r} 99,094 \\ -\ 98,514 \\ \hline 0,580 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 0,03 \text{——} 0,580 \\ x \text{——} 0,094 \end{array} \qquad x = \frac{0,03\ .\ 0,094}{0,580} \qquad x = 0,005$$



$$\begin{array}{l} 0,03 \text{——} 0,640 \\ x \text{——} 0,441 \end{array}$$

$$x = \frac{0,03\ .\ 0,441}{0,640}$$

$$x = 0,021$$

Fig. - 28

7 - TERRAPLENAGEM

7.1 - Generalidades

Após a elaboração do projeto de uma estrada em planta e perfil, surge a necessidade de efetuar o cálculo do volume de terra a ser escavado nos cortes, bem como do volume dos aterros, considerando-se que a construção será executada de acordo com o projeto.

Para esse fim, estando o eixo do projeto estaqueado, considera-se as secções de 20 em 20 metros ou de 10 em 10 metros, segundo a natureza do terreno; calcula-se a área de cada uma dessas secções, e com estas áreas, faz-se então a cubação, que é o cálculo do movimento de terras.

Posto que só se pague o volume escavado nos cortes, há também necessidade de se fazer o cálculo do volume dos aterros, para se estudar a compensação entre os cortes e os aterros, bem como para calcular a distância média de transporte dos materiais dos cortes para os aterros, a qual deverá ser paga separadamente.

7.2 - Tipos de taludes

Para os cortes (destacado o caso de rocha viva de talude vertical), são distinguidos os terrenos com possibilidades de escorregamento ou desmoronamento, devendo ter taludes de 1:1 (um na horizontal para um na vertical), e os solos mais firmes com 2:3 (dois na horizontal para três na vertical).

Para os aterros, os valores 3:2 ou mais, até 4:1 (quando de pequena altura).

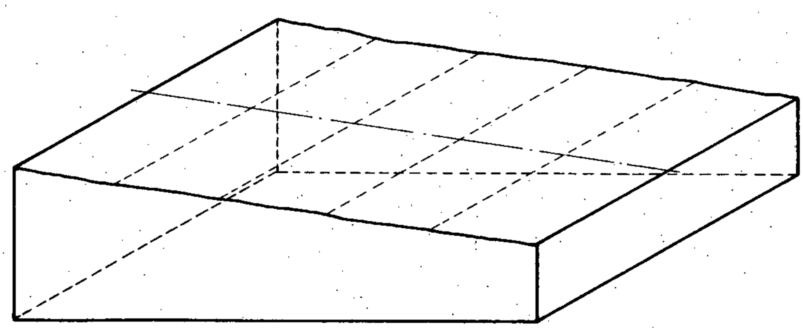


Fig.-29

7.3 - Cálculo de volumes

Exemplo:

Calcular o volume de corte e o volume de aterro num greide ondulante (estrada). Plataforma: 9 m, estacas 20/20 m.

	ESTACAS	COTA TERRENO	COTA PROJETO	ALTURA (H)
CORTE	1950	552,251	546,890	5,361
	1951	550,969	545,690	5,279
	1952	549,570	544,490	5,080
	1953	548,195	543,290	4,905
	1954	546,707	542,090	4,617
	1955	545,152	540,890	4,262
	1956	543,284	539,690	3,594
	1957	541,418	538,490	2,928
	1958	539,452	537,290	2,162
	1959	537,019	536,090	0,929
ATERRO	1960	534,356	534,890	0,534
	1961	531,478	533,690	2,212
	1962	529,389	532,490	3,101
	1963	527,155	531,290	4,135
	1964	524,680	530,090	5,410
	1965	522,700	529,025	6,325
	1966	520,134	528,110	7,976
	1967	517,858	527,390	9,532
	1968	517,848	526,845	8,997
	1969	517,395	526,582	9,187
	1970	518,375	526,580	8,205
	1971	519,434	526,835	7,401

Talude de corte = 2:3

Talude de aterro = 3:2

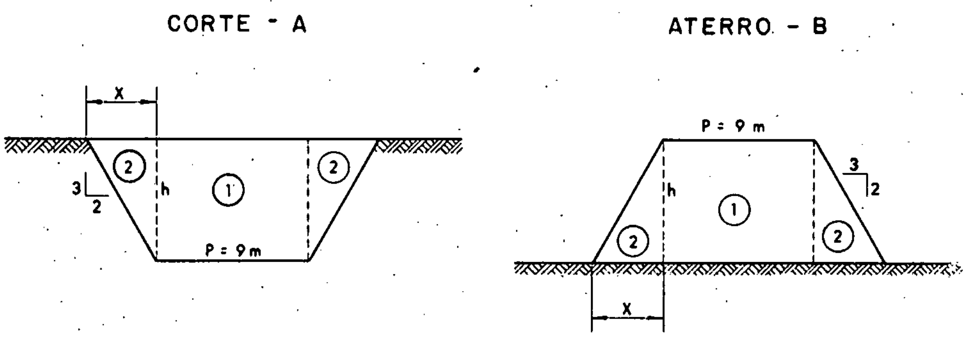


Fig. - 30

Corte

Para cada 2 m horizontal, 3 m vertical

2 - 3
x - h   onde:

$x = \boxed{\dfrac{2 \cdot h}{3}}$ sendo x = Base (I)

Área do Triângulo

$\boxed{\dfrac{b \cdot h}{2}}$ (II) Substituindo I em II temos

$$\frac{\frac{2 \cdot h}{3} \cdot \frac{h}{1}}{2} = \frac{2 \cdot h}{3} \cdot \frac{h}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\,h^2}{6} \quad \text{simplificando}$$

temos $\dfrac{h^2}{3}$ . . . . Área de 1 triângulo

Como são 2 triângulos fica:

$$2 \cdot \frac{h^2}{3} = \boxed{\frac{2\,h^2}{3}}$$

Área da Seção de Corte

$$\boxed{S\ CORTE = (P \times h) + \frac{2\, h^2}{3}}$$

$$S - 1950 = (9{,}00 \times 5{,}361) + \frac{2 \,.\, 5{,}361^2}{3}$$

$$S - 1950 = 48{,}249 + 19{,}160$$
$$S - 1950 = 67{,}409\ m^2$$

$$S - 1951 = (9{,}00 \times 5{,}279) + \frac{2 \,.\, 5{,}279^2}{3}$$

$$S - 1951 = 47{,}511 + 18{,}579$$
$$S - 1951 = 66{,}090\ m^2$$

$$S - 1952 = (9{,}00 \times 5{,}080) + \frac{2 \,.\, 5{,}080^2}{3}$$

$$S - 1952 = 45{,}720 + 17{,}204$$
$$S - 1952 = 62{,}924\ m^2$$

$$S - 1953 = (9{,}00 \times 4{,}905) + \frac{2 \,.\, 4{,}905^2}{3}$$

$$S - 1953 = 44{,}145 + 16{,}039$$
$$S - 1953 = 60{,}184\ m^2$$

$$S - 1954 = (9{,}00 \times 4{,}617) + \frac{2 \,.\, 4{,}617^2}{3}$$

$$S - 1954 = 41{,}553 + 14{,}211$$
$$S - 1954 = 55{,}764\ m^2$$

$$S - 1955 = (9{,}00 \times 4{,}262) + \frac{2 \,.\, 4{,}262^2}{3}$$

$$S - 1955 = 38{,}358 + 12{,}110$$
$$S - 1955 = 50{,}468\ m^2$$

$$S - 1956 = (9{,}00 \times 3{,}594) + \frac{2 \,.\, 3{,}594^2}{3}$$

$$S - 1956 = 32,346 + 8,611$$
$$S - 1956 = 40,957 \text{ m}^2$$
$$S - 1957 = (9,00 \times 2,928) + \frac{2 \cdot 2,928^2}{3}$$

$$S - 1957 = 26,352 + 5,715$$
$$S - 1957 = 32,067 \text{ m}^2$$
$$S - 1958 = (9,00 \times 2,162) + \frac{2 \cdot 2,162^2}{3}$$

$$S - 1958 = 19,458 + 3,116$$
$$S - 1958 = 22,574 \text{ m}^2$$
$$S - 1959 = (9,00 \times 0,929) + \frac{2 \cdot 0,929^2}{3}$$

$$S - 1959 = 8,361 + 0,575$$
$$S - 1959 = 8,936 \text{ m}^2$$

Cálculo das Seções de Aterro

Para cada 3 m horizontal, 2 m vertical

$3 - 2$
$x - h$ onde:

$\boxed{x = \frac{3 \cdot h}{2}}$ sendo x = base
(I)

Área do Triângulo

$\boxed{\frac{b \cdot h}{2}}$ Substituindo I em II temos:
(II)

$$\frac{\frac{3 \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{1}}{\frac{2}{1}} = \frac{3 \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\,h^2}{4} \ldots$$ área de 1 triângulo

como são 2 triângulos temos:

$$2 \cdot \frac{3\ h^2}{4} = \frac{6\ h^2}{4} \quad \text{simplificando:} \quad \frac{3\ h^2}{2} = \boxed{1,5\ h^2}$$

$$\boxed{S \quad \text{ATERRO} \quad = \quad (P \times h) + 1,5\ h^2}$$

S - 1960 = $(9,00 \times 0,534) + 1,5 \cdot 0,534^2$
S - 1960 = 4,806 + 0,428
S - 1960 = 5,234 m^2

S - 1961 = $(9,00 \times 2,212) + 1,5 \cdot 2,212^2$
S - 1961 = 19,908 + 7,339
S - 1961 = 27,247 m^2

S - 1962 = $(9,00 \times 3,101) + 1,5 \cdot 3,101^2$
S - 1962 = 27,909 + 14,424
S - 1962 = 42,333 m^2

S - 1963 = $(9,00 \times 4,135) + 1,5 \cdot 4,135^2$
S - 1963 = 37,215 + 25,647
S - 1963 = 62,862 m^2

S - 1964 = $(9,00 \times 5,410) + 1,5 \cdot 5,410^2$
S - 1964 = 48,690 + 43,902
S - 1964 = 92,592 m^2

S - 1965 = $(9,00 \times 6,325) + 1,5 \cdot 6,325^2$
S - 1965 = 56,925 + 60,008
S - 1965 = 116,933 m^2

S - 1966 = $(9,00 \times 7,976) + 1,5 \cdot 7,976^2$
S - 1966 = 71,784 + 95,425
S - 1966 = 167,209 m^2

S - 1967 = (9,00 x 9,532) + 1,5 . $9{,}532^2$
S - 1967 = 85,788 + 136,288
S - 1967 = 222,076 m^2

S - 1968 = (9,00 x 8,997) + 1,5 . $8{,}997^2$
S - 1968 = 80,973 + 121,419
S - 1968 = 202,392 m^2

S - 1969 = (9,00 x 9,187) + 1,5 . $9{,}187^2$
S - 1969 = 82,683 + 126,601
S - 1969 = 209,284 m^2

S - 1970 = (9,00 x 8,205) + 1,5 . $8{,}205^2$
S - 1970 = 73,845 + 100,983
S - 1970 = 174,828 m^2

S - 1971 = (9,00 x 7,401) + 1,5 . $7{,}401^2$
S - 1971 = 66,609 + 82,162
S - 1971 = 148,771 m^2

Cálculo do Volume de Corte

$$Vc = \frac{20}{2} \Big[67{,}409 + (2 \cdot 66{,}090) + (2 \cdot 62{,}924) + (2 \cdot 60{,}184) + (2 \cdot 55{,}764) + (2 \cdot 50{,}468) + (2 \cdot 40{,}957) + (2 \cdot 32{,}067) + (2 \cdot 22{,}574) + 8{,}936 \Big] + V.\ cunha$$

$$Vc = 10\ (67{,}409 + 132{,}180 + 125{,}848 + 120{,}368 + 111{,}528 + 100{,}936 + 81{,}914 + 64{,}134 + 45{,}148 + 8{,}936) + V.\ cunha$$

$$Vc = 10\ (858{,}401) + V.\ cunha$$

$$Vc = 8\ 584{,}01 + V.\ cunha$$

Cálculo do Volume da Cunha

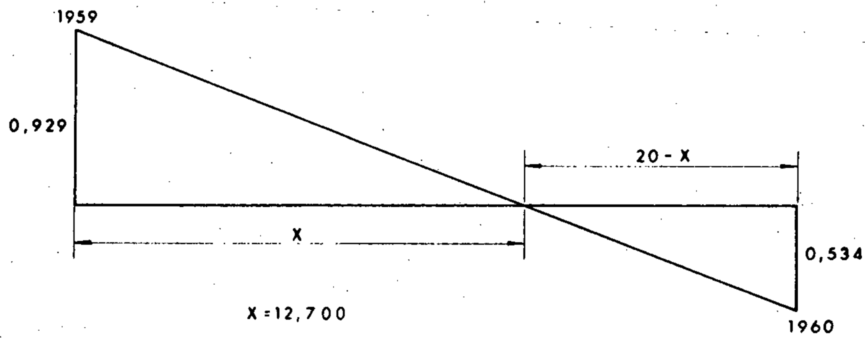


Fig. - 31

$$\begin{array}{r} 0,929 \\ +\ 0,534 \\ \hline 1,463 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 20 & 1,463 \\ x & 0,929 \end{array} \qquad x = \frac{20 \,.\, 0,929}{1,463} \qquad x = \frac{18,580}{1,463}$$

$$x = 12,700$$

V. Cunha Corte $= \dfrac{\text{Área Seção 1959} \,.\, x}{2}$

V. Cunha Corte $= \dfrac{8,936 \,.\, 12,70}{2}$

V. Cunha Corte = 56,744 m^3

V. Total Corte = 8584,01 + 56,744

$\boxed{\text{V. Total Corte} = 8640,754\ m^3}$

Cálculo do Volume da Cunha no Aterro

V. Cunha Aterro $= \dfrac{\text{Área Seção 1960} \,.\, x}{2}$

V. Cunha Aterro $= \dfrac{5,234 \,.\, 7,30}{2}$

V. Cunha Aterro = 19,104 m^3

Cálculo do Volume de Aterro

$$VA = \frac{20}{2} \Big[5,234 + (2\ .\ 27,247) + (2\ .\ 42,333) + (2\ .\ 62,862) + (2\ .\ 92,592) + (2\ .\ 116,933) + (2\ .\ 167,209) + (2\ .\ 222,076) + (2\ .\ 202,392) + (2\ .\ 209,284) + (2\ .\ 174,828 + 148,771\Big] + V.\ Cunha$$

$$VA = 10\ (5,234 + 54,494 + 84,666 + 125,724 + 185,184 + 233,866 + 334,418 + 444,152 + 404,784 + 418,568 + 349,656 + 148,771) + V.\ cunha.$$

$$VA = 10\ (2789,517) + 19,104\ m^3$$

$$VA = 27\ 895,17 + 19,104$$

$$\boxed{VA = 27\ 914,274\ m^3}$$

Volume Aterro	=	27 914,274 m^3
Volume Corte	=	8 640,754 m^3
Caixa de Empréstimo	=	19 273,520 m^3

7.4 - Marcação de "off-set"

7.4.1 - Terreno em nível

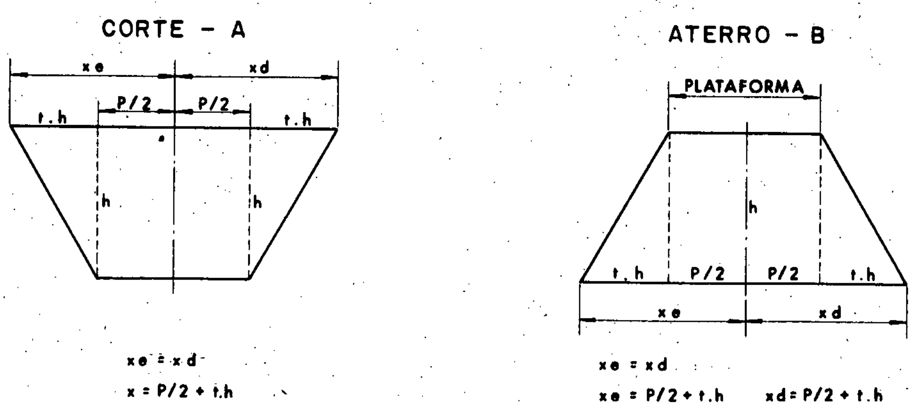


Fig. - 32

Exercício

Dados
- Plataforma = 10,00 m   P/2 = 5,00 m
- Talude = 2:1
- Cota terreno = 201,120 m
- Cota projeto = 203,750 m

Calcular xe e xd

Cálculo da altura

Cota do projeto	=	203,750
Cota do terreno	=	201,120
Altura	=	2,630

$x = P/2 + t.h$ $\qquad x = 5,00 + 2.\ 2,630$

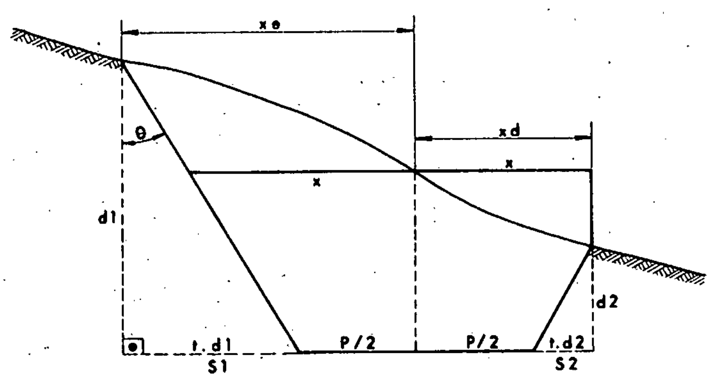
$x = 5,00 + 5,260$

$x = 10,260$

xe = xd

7.4.2 - Terreno inclinado

CORTE



$\therefore \ tg\,\theta = \dfrac{S1}{d1} \ \therefore S1 = tg\,\theta \times d1$

Fig. 33

1) Para execução dos cálculos, preliminarmente faz-se o cálculo da distância x, considerando o terreno em nível, encontrando-se valores aproximados das distâncias x'e e x'd.

Este cálculo é dado pela fórmula:

x = P/2 + t.h

2) Faz-se a visada intermediária no eixo da pista e somando-se a altura h, teremos a mira final.

MF = VI - h

MF = distância entre a cota do projeto e a linha de visada do instrumento.

3) Puxa-se a partir do eixo da pista as distâncias x'e (esquerda) e x'd (direita), fazendo nestes pontos as leituras de mira VI'1 na borda esquerda e VI'2 na borda direita. Subtraindo-se estas leituras da mira final teremos as alturas d 1 (esquerda) e d 2 (direita).

d 1 = MF - VI'1 (esquerda)
d 2 = MF - VI'2 (direita)

4) Calcula-se os afastamentos, usando-se as fórmulas:

x e = P/2 + t.d 1 (esquerda)
x d = P/2 + t.d 2 (direita)

Observação:

Quando o valor calculado não for igual ao medido, fazemos uma nova tentativa, puxando outra medida e fazendo outra leitura às quais denominaremos respectivamente de x''e ou x''d e VI''1 ou VI''2 até coincidirem a medida de campo e a medida calculada.

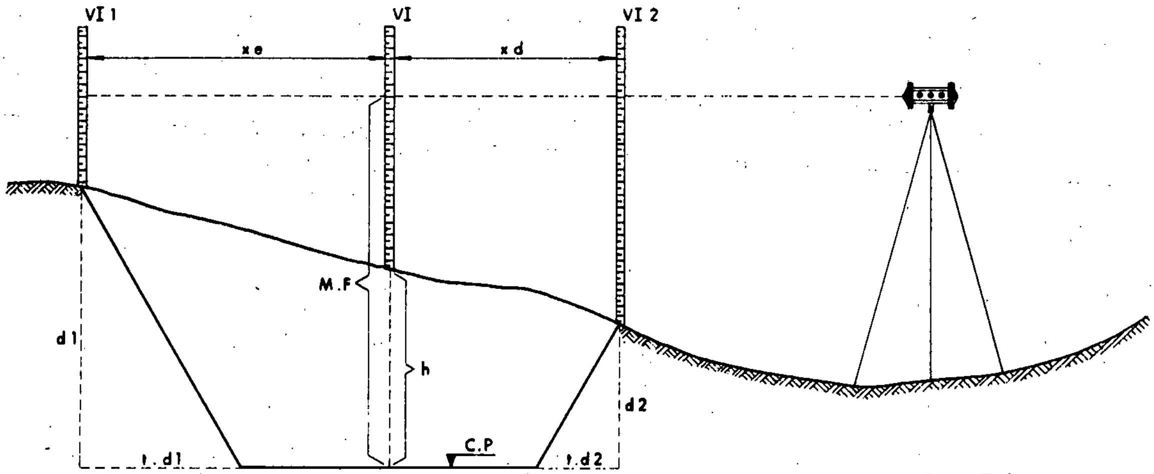


Fig.-34

Exercício

Dados
- Plataforma = 10,00 m
- Talude t = 2:1
- h = 2,56
- VI = 1,245
- x'd = 10,30
- VI'2 = 0,843

Calcular xd

a) $x = P/2 + t.h$

$x = \frac{10{,}00}{2} + 2.\ 2{,}56$

$x = 5{,}00 + 5{,}12$

$x = 10{,}12$

b) $MF = VI + h$

$MF = 1{,}245 + 2{,}56$

$MF = 3{,}805$

c) $d2 = MF - VI'2$

$d2 = 3{,}805 - 0{,}843$

$d2 = 2{,}962$

d) $xd = P/2 + t.d2$

$xd = 5{,}00 + 2.\ 2{,}962$

$xd = 5{,}00 + 5{,}924$

$xd = 10{,}924$.·.

$$xd \neq x'd$$
$$10{,}924 \neq 10{,}30$$

Como o valor calculado não foi igual ao medido fazemos uma nova tentativa.

$x''d = 10{,}40$
$VI''2 = 1{,}105$

$d2 = MF - VI''2$
$d2 = 3{,}805 - 1{,}105$
$d2 = 2{,}700$

$xd = P/2 + t.d2$
$xd = 5{,}00 + 2.\ 2{,}700$
$xd = 5{,}00 + 5{,}400$
$xd = 10{,}40$

$x''d = xd$
$10{,}40 = 10{,}40$

Sequência dos cálculos no aterro

1) Para execução dos cálculos, preliminarmente faz-se o cálculo da distância x, considerando o terreno em nível, encontrando-se valores aproximados das distâncias x'e e x'd.

   Este cálculo é dado pela fórmula:

   $x = P/2 + t.h$

2) Faz-se a visada intermediária no eixo da pista e subtraindo-a da altura h, teremos a mira final.

   $MF = h - VI$

   MF = distância entre a cota do projeto e a linha de visada do instrumento.

3) Puxa-se a partir do eixo da pista as distâncias x'e (esquerda) e x'd (direita), fazendo nestes pontos as leituras de mira VI'1 na borda esquerda e VI'2 na borda direita. Somando-se estas leituras a mira final teremos as alturas d 1 (esquerda) e d 2 (direita).

d 1 = MF + VI'1 (esquerda)
d 2 = MF + VI'2 (direita)

4) Calcula-se os afastamentos, usando-se as fórmulas:

xe = P/2 + t.d 1 (esquerda)
xd = P/2 + t.d 2 (direita)

Observação:

Quando o valor calculado não for igual ao medido, fazemos uma nova tentativa, puxando outra medida e fazendo outra leitura às quais denominaremos, respectivamente, de x''e ou x''d e VI''1 ou VI''2 até coincidirem a medida de campo e a medida calculada.

ATERRO

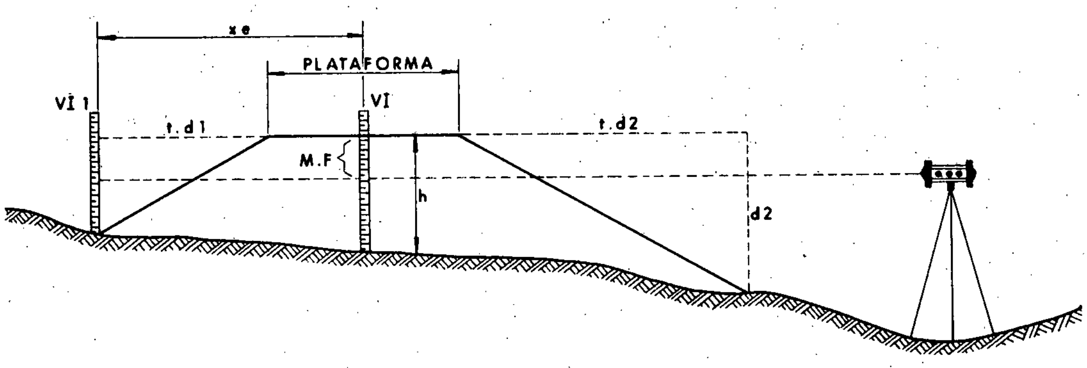


Fig.- 35

Exercício:

Dados	P	=	14,00
	t	=	3:2
	h	=	6,783
	VI	=	1,480
	x'd	=	17,68
	VI'2	=	2,010

Calcular xd

1a. Tentativa:

a) x = P/2 + t.h
x = 7,00 + 1,5. 6,783
x = 7,00 + 10,17
x = 17,17

b) MF = h - VI
MF = 6,783 - 1,480
MF = 5,303

c) d2 = MF + VI'2
d2 = MF + 2,010
d2 = 7,313

d) xd = P/2 + t.d2
xd = 7,00 + 1,5. 7,313
xd = 17,97
∴ xd ≠ x'd
17,97 ≠ 17,68

Como o valor calculado não foi igual ao medido fazemos uma nova tentativa.

2a. Tentativa:

x''d = 18,25
V''I = 2,197

d2 = 5,303 + 2,197
d2 = 7,500

xd = 7,00 + 1,5. 7,5
xd = 18,25
∴ xd = x''d
18,25 = 18,25

8 - TRIGONOMETRIA

8.1 - Generalidades

Aplica-se extensivamente a trigonometria na busca de soluções de problemas de engenharia e astronomia, e principalmente nas resoluções de problemas topográficos.

8.2 - Círculo trigonométrico

8.2.1 - Definição

É um círculo de raio adotado igual a 1 (um), destinado a determinar as funções trigonométricas e os valores por elas assumidos quando se toma os respectivos valores angulares.

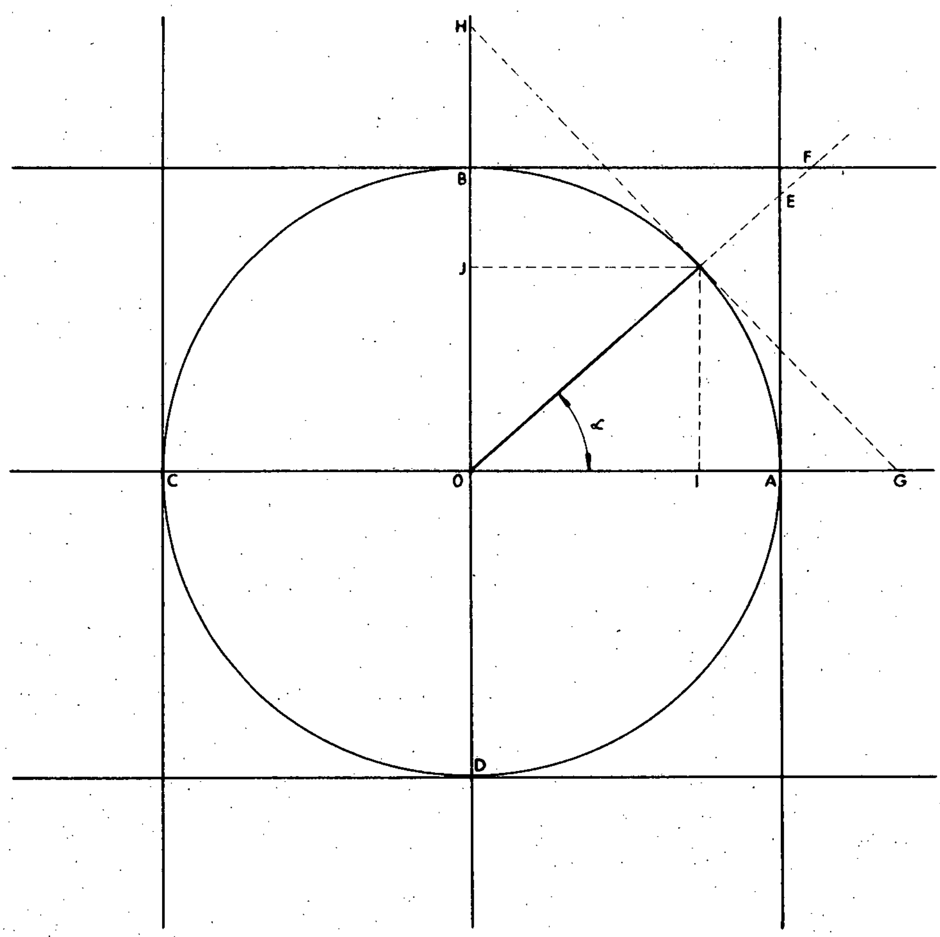


Fig.- 36

Na figura 36 temos:

OI = cos α

OJ = sen α

AE = tg α

BF = cotg α

OG = sec α

OH = cosec α

8.2.2 - Valores que as funções podem assumir:

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	VALORES
Co-seno	- 1 a + 1
Seno	- 1 a + 1
Tangente	- ∞ a + ∞
Co-tangente	- ∞ a + ∞
Secante	- ∞ a - 1 e + 1 a + ∞
Co-secante	- ∞ a - 1 e + 1 a + ∞

8.2.3 - Relações entre o círculo trigonométrico e um triângulo retângulo qualquer

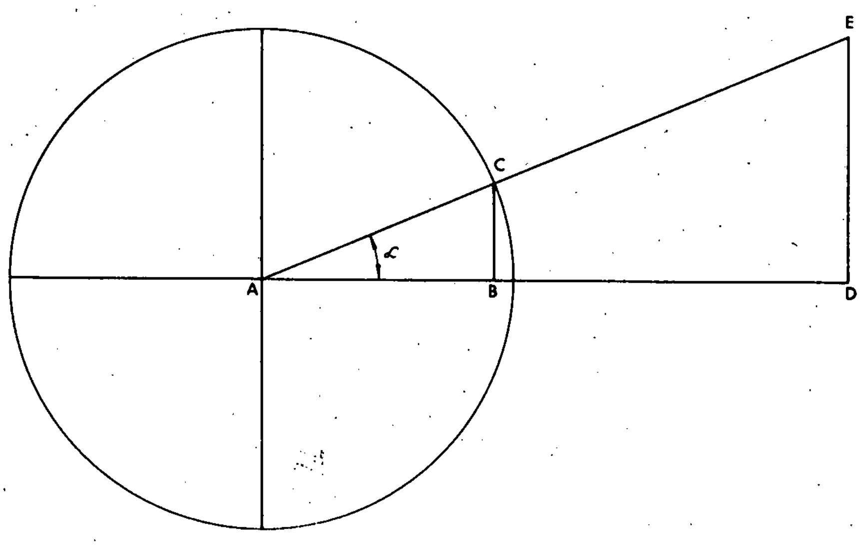


Fig.-37

Δ ABC ~ Δ ADE

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \therefore \frac{AE}{1} = \frac{AD}{\cos\alpha} = \frac{DE}{\operatorname{Sen}\alpha} \therefore$$

$$\cos\alpha = \frac{AD}{AE} \qquad \operatorname{Sen}\alpha = \frac{DE}{AE}$$

Conclui-se que:

$$\operatorname{Sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

8.3 - Tabela prática das funções no triângulo retângulo

Na figura 38 temos o triângulo com os vértices ABC e os respectivos lados a, b, c.

O lado **a** é oposto ao ângulo α, o lado b é oposto ao ângulo β ; e o lado c é oposto ao ângulo γ .

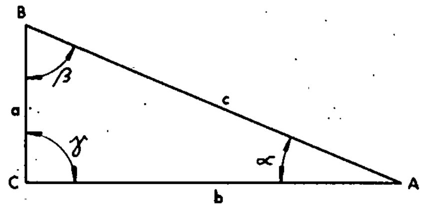


Fig.- 38

$\operatorname{sen}\alpha = \frac{a}{c}$	$a = c \operatorname{sen}\alpha$	$c = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$	$b = c \cos\alpha$	$c = \frac{b}{\cos\alpha}$
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$	$a = b \operatorname{tg}\alpha$	$b = \frac{a}{\operatorname{tg}\alpha}$
$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$	$b = a \operatorname{cotg}\alpha$	$a = \frac{b}{\operatorname{cotg}\alpha}$
$\sec\alpha = \frac{c}{b}$	$c = b \sec\alpha$	$b = \frac{c}{\sec\alpha}$
$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{c}{a}$	$c = a \operatorname{cosec}\alpha$	$a = \frac{c}{\operatorname{cosec}\alpha}$

8.4 - Relações trigonométricas num triângulo qualquer

8.4.1 - Lei dos Co-senos

"Num triângulo qualquer, o quadrado de um lado, é igual a soma dos quadrados dos outros dois lados, menos duas vezes o produto desses pelo co-seno do ângulo por eles formado".

Demonstração:

Tomemos um triângulo qualquer, não retângulo, onde se procura calcular um lado, conhecendo-se os outros dois lados e o ângulo oposto a este lado.

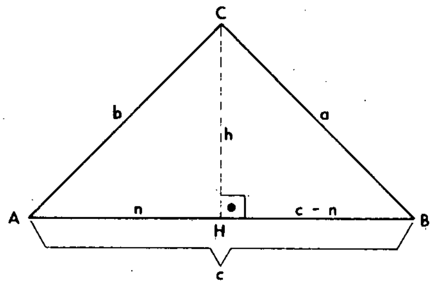


Fig. - 39

Δ A H C $\xrightarrow{\text{Pitágoras}}$ $b^2 = n^2 + h^2$ (I)

Δ C H B $\xrightarrow{\text{Pitágoras}}$ $a^2 = (c-n)^2 + h^2$

$a^2 = c^2 - 2\ cn + n^2 + h^2$ (II)

(I) em (II) $\rightarrow$ $a^2 = c^2 - 2cn + b^2$ (III)

No triângulo A H C temos:

$n = b \cos \hat{A}$

(IV) em (III) $\rightarrow$ $\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \ \mathrm{Cos}\ \hat{A}}$

Esta expressão traduz a lei dos co-senos.

3.4.2 - Lei dos senos

"Num triângulo qualquer, o produto da divisão de um lado pelo seno do ângulo oposto a este lado é igual ao produto da divisão de qualquer dos outros dois lados pelos respectivos senos dos ângulos opostos".

Demonstração

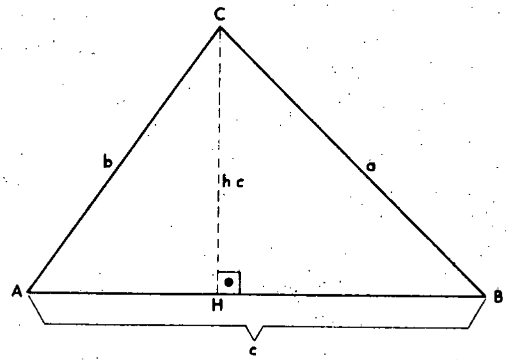


Fig.- 40 (A)

$$\text{Sen } \hat{A} = \frac{hc}{h} \qquad hc = \text{sen } \hat{A} \, . \, b$$

$$\text{Sen } \hat{B} = \frac{hc}{a} \qquad hc = \text{sen } \hat{B} \, . \, a$$

$$\text{Logo sen } \hat{A} \, . \, b = \text{sen } \hat{B} \, . \, a$$

$$\therefore \quad \frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} \qquad (\text{I})$$

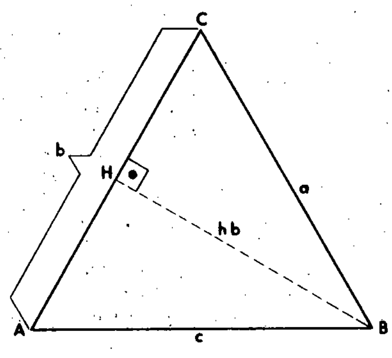


Fig.- 40 (B)

$$\text{Sen } \hat{A} = \frac{hb}{c} \qquad hb = \text{sen } \hat{A} \, . \, c$$

$$\text{Sen } \hat{C} = \frac{hb}{a} \qquad hb = \text{sen } \hat{C} \, . \, a$$

Logo $\text{sen } \hat{A} \, . \, c = \text{Sen } \hat{C} \, . \, a$

$$\therefore \frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} \quad (II)$$

De (I) e (II) tiramos que:

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}}$$

Esta expressão traduz a lei dos senos

9 - TAQUEOMETRIA

9.1 - Definição

É a parte da Topografia que estuda a determinação indireta das distâncias, tanto horizontais como verticais, com base na leitura de miras e de ângulos verticais.

O aparelho usado chama-se taqueômetro, o qual possui um círculo vertical, um círculo horizontal e retículos estadimétricos. Por intermédio deste instrumento é possível, mediante dados colhidos no próprio campo e fórmulas dadas, obter tanto a distância horizontal, como a distância vertical entre esses pontos.

Um trânsito que além do fio horizontal central possua mais dois fios, um superior e outro inferior a esse fio central, e equidistantes do mesmo, e que possua, ainda, um círculo vertical capaz de medir os ângulos verticais entre a linha de visada e o plano do instrumento, será um taqueômetro. A leitura feita sobre uma mira usando-se o fio superior e o fio inferior, por subtração dará o segmento da linha denominada intervalo, intersepto, número gerador ou simplesmente I.

9.2 - Cálculos com aparelhos não analáticos

9.2.1 - Cálculo da distância horizontal quando o ângulo vertical for igual a zero.

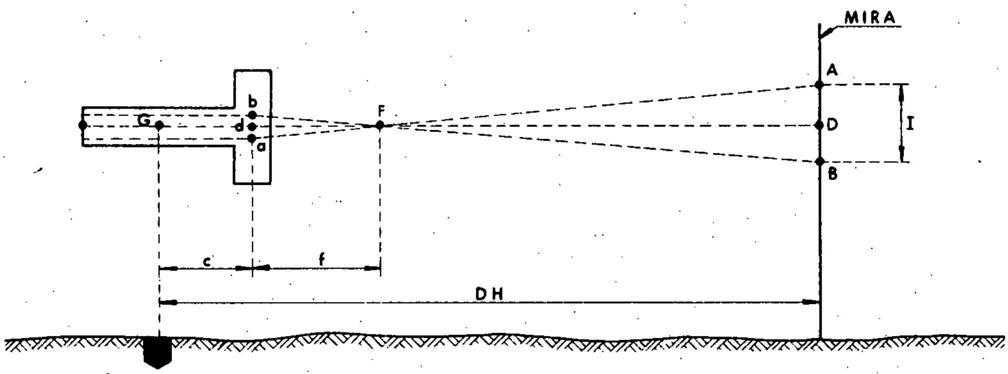


Fig.-41

Condição única - O aparelho deve estar prumado sobre o piquete, bem nivelado, e o ângulo vertical = 0

$$DH = Cd + dF + FD$$

O triângulo a b F é semelhante ao triângulo ABF.

Da semelhança temos que:

$$\boxed{\frac{FD}{Fd} = \frac{AB}{ab}} \quad (I)$$

Notamos que:

$AB = I$

$ab = i$

$Fd = f$

i é a imagem de AB no sistema ótico do aparelho.

f é a distância focal do sistema ótico e seu valor é constante.

De (I) tiramos:

$$FD = \frac{Fd \cdot AB}{ab} = \frac{Fd}{ab} \cdot AB = \frac{f}{i} \cdot I$$

Cd = c = constante = distância do centro geométrico ao centro ótico.

Concluimos que:

DH = Cd + dF + FD

Substituindo os valores temos:

$$\boxed{DH = c + f + \frac{f}{i} \cdot I} \qquad (II)$$

c + f = constante de Reinchemback, e varia de 0,18 a 0,45 m, sendo que a maioria dos aparelhos apresenta (c + f) = 0,28 m.

$\boxed{\frac{f}{i} = 100}$ (III) = constante em aparelhos de três (3) fios estadimétricos horizontais e equidistantes.

(III) em (II) $\Longrightarrow$ $\boxed{DH = (f + c) + 100 \cdot I}$

Fórmula para cálculo das distâncias horizontais em aparelhos não analáticos quando o ângulo vertical for igual a 0.

Exemplo

Dados:

leitura superior = 3,496
leitura inferior = 1,238
(f + c) = 0,240
f/i = 100

Cálculo do intervalo

I = L superior - L inferior
I = 3,496 - 1,238
I = 2,258

D H = 0,240 + 100 . 2,258
D H = 0,240 + 225,80
D H = 226,04 m

Neste caso particular, a distância vertical é nula, uma vez que o ângulo vertical é igual a zero.

9.2.2 - Cálculo da distância horizontal quando o ângulo vertical for diferente de zero.

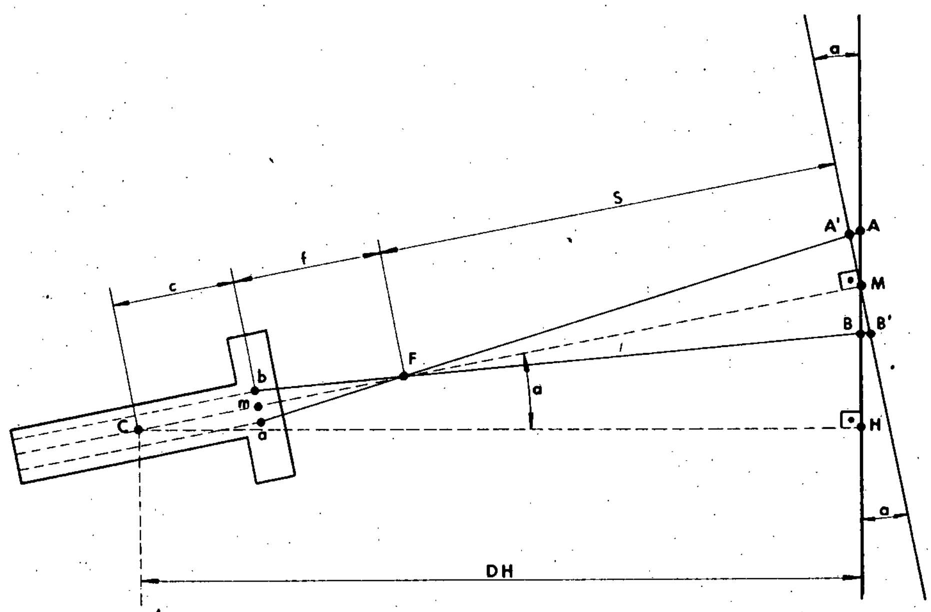


Fig.- 42

No triângulo A' M A ângulo = a
No triângulo B' M B ângulo = a
Assumindo $\hat{A}'$ o valor de 90^o e $\hat{B}'$ o valor de 90^o teremos no Δ A A' M que

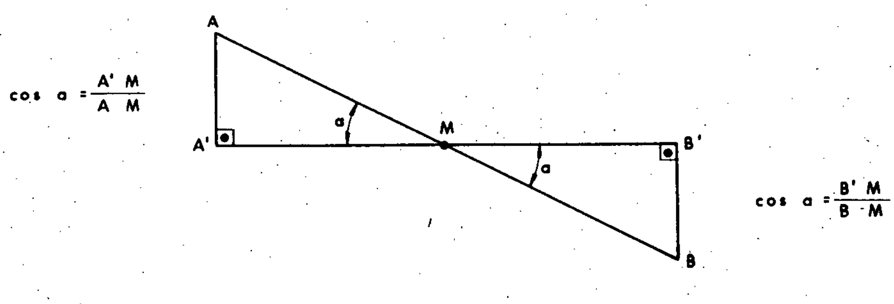


Fig.- 43

$A'M = AM \cos a \quad (I)$

$B'M = BM \cos a \quad (II)$ mas

$A'M + B'M = A'B'$

$AM + BM = AB = I$

Somando-se as expressões (I) e (II)

$$
\begin{array}{rl}
+ & A'M = AM \, . \cos a \\
 & \underline{B'M = BM \, . \cos a} \\
 & A'M + B'M = AM . \cos a + BM . \cos a
\end{array}
$$

$A'M + B'M = \cos a \; (AM + BM)$

$A'B' = \cos a \, . \, AB$

$A'B' = I . \cos a$

$A'B'F \cong abF$ desta semelhança temos:

$\dfrac{A'B'}{ab} = \dfrac{FM}{Fm}$ mas $ab = i$, $mF = f$, $FM = S$

Substituindo a fórmula temos:

$\dfrac{A'B'}{i} = \dfrac{S}{f}$ onde $S = \dfrac{f}{i} \, . \, A'B'$; como

$A'B' = AB \cos a$

$S = \dfrac{f}{i} \, . \, I \cos a$

$CM = Cm + mF + FM$

$CM = c + f + S$

Substituindo o valor de S

$CM = (f+c) + \dfrac{f}{i} \, . \, I \cos a$

No triângulo C H M temos:

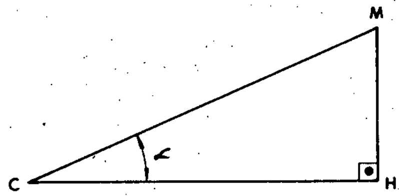


Fig.- 44

$$\cos \alpha = \frac{C\,H}{C\,M}$$

C H = CM . Cos ∝ ; substituindo C M

$$C\,H = \left[(f+c) + \frac{f}{i} . \, l \cos \alpha\right] . \cos \alpha$$

$$C\,H = (f+c) . \cos \alpha + \frac{f}{i} . \, l \cos^2 \alpha$$

C H = D H = distância horizontal

$$\boxed{D\,H = f + c . \cos \alpha + \frac{f}{i} . \, l \cos^2 \alpha}$$

Esta fórmula dá a distância horizontal em aparelhos cujos raios visuais se cruzam fora da luneta (aparelhos não analáticos)

Se voltarmos ao triângulo CHM veremos que:

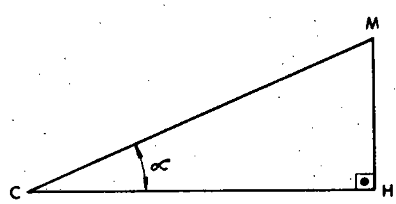


Fig.- 45

$$\text{Sen}\ \alpha = \frac{HM}{CM} \qquad HM = DV = \text{Distância vertical}$$

$$HM = DV = CM\ .\ \text{Sen}\ \alpha$$

$$DV = \left[(f+c) + \frac{f}{i}\ .\ I\ \cos\alpha\right]\ \text{sen}\ \alpha$$

$$\boxed{DV = (f+c)\ \text{sen}\ \alpha + \frac{f}{i}\ .\ I\ \cos\alpha\ .\ \text{sen}\ \alpha}$$

Esta fórmula dá o cálculo da distância vertical em aparelhos não analáticos.

A distância vertical é aquela que vai do plano do instrumento até a leitura central.

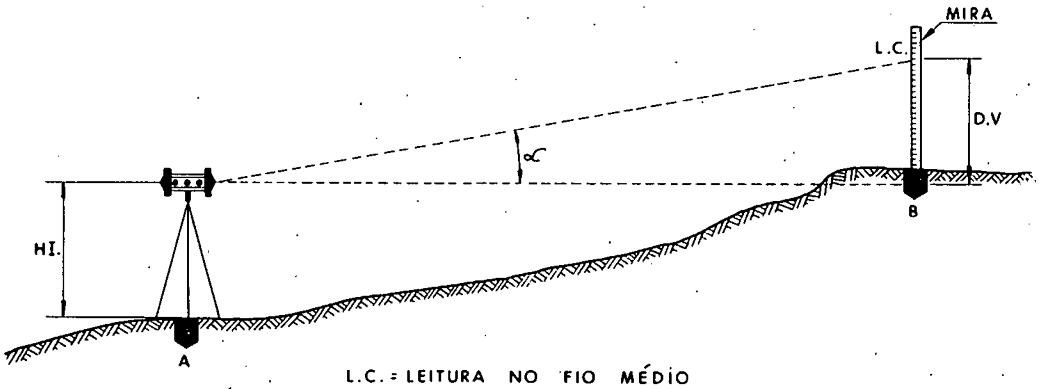


Fig.- 46

9.2.3 - Cálculo da cota

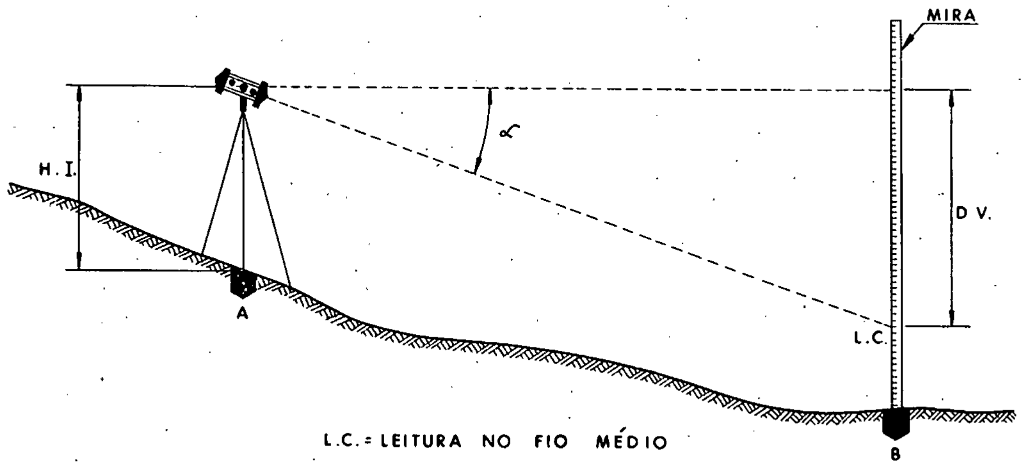


Fig.- 47

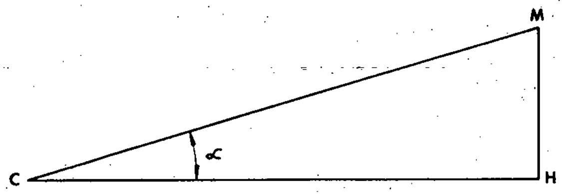


Fig.- 47 (A)

$$\boxed{COTA\ B = COTA\ A + HI \pm DV - LC}$$

Exercício

Dados:

$(f+c) = 0{,}20$

$f/i = 100$

$\alpha = 5^{\circ}\ 12'$

$HI = 1{,}50$

Leituras: Superior $= 2{,}756$; Inferior $= 1{,}328$

Cota A $= 236{,}495$ m

Calcular DH, DV e cota de B

Cálculo de I.

$I = L.\ sup - L.\ inf. \Rightarrow I = 2{,}756 - 1{,}328$

$I = 1{,}428$

Cálculo da distância horizontal

$$DH = (f+c) \cdot \cos\alpha + \frac{f}{i} \cdot I \cdot \cos^2\alpha$$

$DH = 0{,}200 \cdot 0{,}99588 + 100 \cdot 1{,}428 \cdot 0{,}99179$

$DH = 0{,}199176 + 141{,}628$

$DH = 141{,}827$ m

Cálculo da distância vertical

$$DV = (f+c) \, . \, sen\,\alpha + \frac{f}{i} \, . \, I \, . \, cos\,\alpha \; sen\,\alpha$$

$$DV = 0{,}200 \, . \, 0{,}09063 + 100 \, . \, 1{,}428 \, . \, 0{,}99588 \, . \, 0{,}09063$$

$$DV = 0{,}018126 + 12{,}88864$$

$$DV = 12{,}907 \text{ m}$$

Cálculo da Lc

$$Lc = \frac{I}{2} + L \text{ inf.}$$

$$Lc = \frac{1{,}428}{2} + 1{,}328$$

$$Lc = 2{,}042$$

Cálculo da cota de B

Cota B = Cota A + HI $\pm$ DV - Lc

Cota B = 236,495 + 1,500 + 12,907 - 2,042

Cota B = 248,860 m

9.3 - Cálculos com aparelhos analáticos

Até aqui vimos que:

$$DH = (f+c) \cos\alpha + \frac{f}{i} \, . \, I \, . \, \cos^2\alpha$$

$$DV = (f+c) \, sen\,\alpha + \frac{f}{i} \, . \, I \; sen\,\alpha \, . \, cos\,\alpha$$

(f+c) = constante de Reinchemback

Estas fórmulas são válidas para aparelhos não analáticos, com ângulo vertical diferente de zero.

Para ângulo vertical igual a zero

$$DH = (f+c) + \frac{f}{i} \, . \, I$$

$$DV = 0$$

Os aparelhos modernos, eliminando a constante de Reinchemback (f+c) através de uma lente analática, colocada no interior da luneta, fazem com que o centro ótico coincida com o centro geométrico do aparelho originando os chamados aparelhos analáticos.

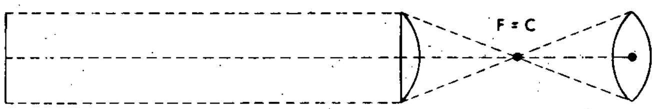


Fig. - 48

Se (f+c) = 0 , para ângulo igual a zero temos:

$$DH = \frac{f}{i} \cdot I$$

Para ângulo vertical diferente de zero temos:

$$DH = f/i \cdot I \cdot \cos^2 \alpha$$

$$DV = f/i \cdot I \cdot \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

Para $\frac{f}{i} = 100$

$$\boxed{DH = 100 \cdot I \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\boxed{DV = 50 \cdot I \cdot \operatorname{sen} 2\alpha}$$

Exercício

Calcular DV, DH e cota de B com os seguintes dados:

Cota A = 101,230
Ângulo α = $-\ 4^\circ\ 30'$
HI = 1,500

Leituras:
- Superior = 1,840
- Inferior = 0,810

Cálculo do I

I = LS - L inf.

I = 1,840 - 0,810

I = 1,030

Cálculo do LC

$$LC = \frac{I}{2} + L\ inf.$$

$$LC = \frac{1,030}{2} + 0,810$$

LC = 0,515 + 0,810

LC = 1,325

Cálculo da distância horizontal:

$$DH = 100 \cdot I \cdot \cos^2 \alpha$$

DH = 100 . 1,030 . 0,993844162

DH = 102,3659487

DH ≅ 102,366 m

Cálculo da distância vertical:

$$DV = 50 \cdot I \cdot \operatorname{sen} 2\alpha$$

DV = 50 . 1,030 . 0,15643447

DV = 8,056375205

DV = 8,056 m

Cálculo da cota de B:

Cota B = Cota A + HI ± DV - LC

Cota B = 101,230 + 1,500 - 8,056 - 1,325

Cota B = 102,730 - 9,381

Cota B = 93,349 m

10 - COORDENADAS

10.1 - Generalidades

Estudaremos as coordenadas cartesianas que consistem em dois eixos de referência, um horizontal e outro vertical.

O eixo horizontal indica as medidas positivas a partir de um ponto zero para Este (E); é chamado de **Eixo** "E" ou **Eixo das Abcissas.**

O eixo vertical indica as medidas positivas a partir de um ponto **Zero** para **Norte** (N); é chamado de **Eixo** "N" ou **Eixo das Ordenadas.**

O conjunto destes dois eixos (abcissa e ordenada), é chamado de "**Coordenadas**".

Exemplo:

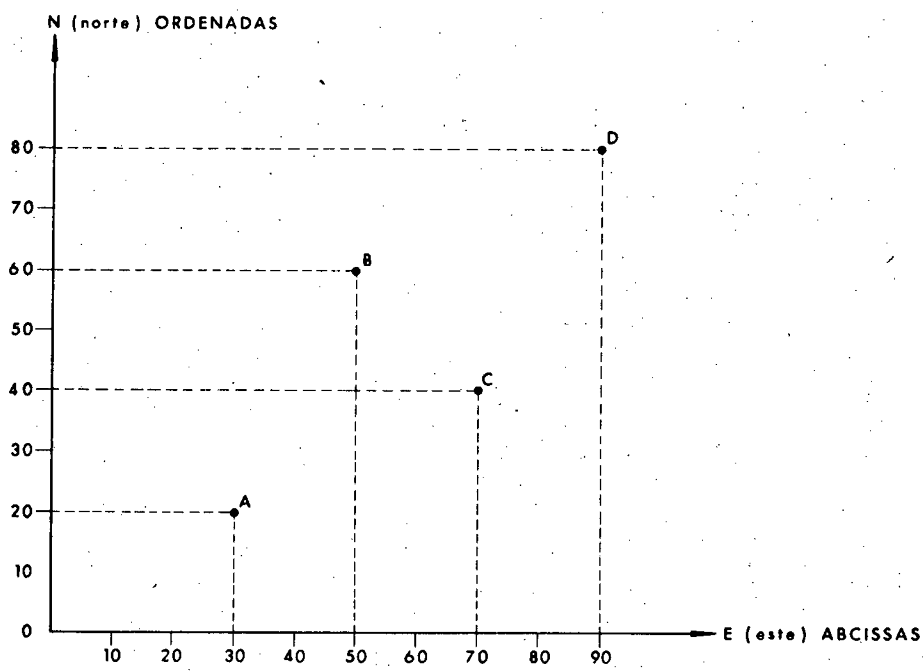


Fig.- 49

Temos na figura 49 os pontos A, B, C e D. O ponto A tem suas amarrações, ou seja, as suas coordenadas: E = 30 e N = 20.

O ponto B tem E = 50 e N = 60
O ponto C tem E = 70 e N = 40
O ponto D tem E = 90 e N = 80

Quando se pede as coordenadas de qualquer um desses pontos, estamos solicitando as amarrações do ponto em relação ao Este e ao Norte.

10.2 - Operações com coordenadas

1º) Tendo 2 pontos, A e B, podemos determinar a distância entre esses pontos como veremos na figura 50 juntamente com as resoluções.

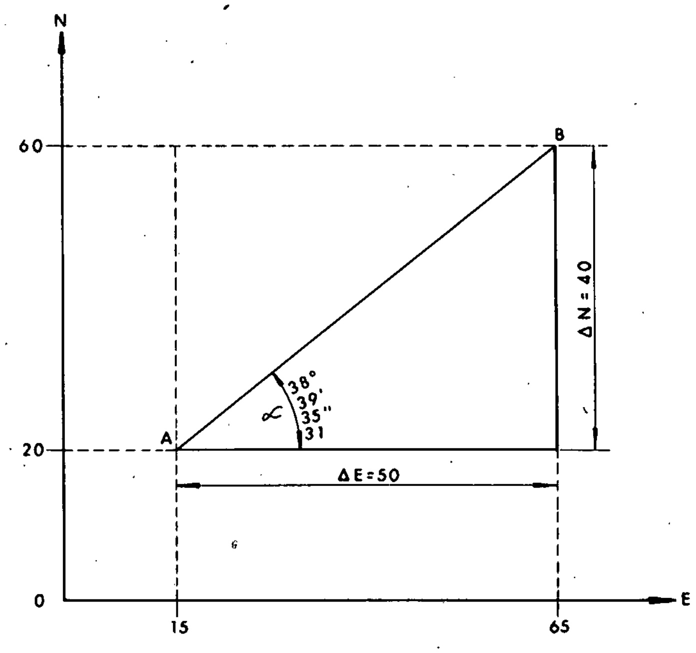


Fig.-50

Determinação da distância AB pelo teorema de Pitágoras

Da figura 50 tiramos: $(a^2 + b^2 = c^2)$

$\Delta N = 60 - 20 = 40$

$\Delta E = 65 - 15 = 50$

$\overline{AB}$ = Dist. AB

Observação:

O sinal delta é usado para indicar uma diferença. Quando dizemos ΔN, queremos dizer diferença de coordenada norte entre os pontos A e B.

Distância de A para B ($\overline{AB}$)

$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{50^2 + 40^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{2500 + 1600}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{4100}$$

$$\overline{AB} = 64,031$$

Determinação da distância $\overline{AB}$ pelas funções trigonométricas

$$\overline{AB} = \frac{\Delta N}{\operatorname{sen}\alpha} \quad \text{ou} \quad \overline{AB} = \frac{\Delta E}{\cos\alpha}$$

Calculemos então a distância $\overline{AB}$ por estas duas relações:

$$\overline{AB} = \frac{\Delta N}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{40}{0,62469503} = 64,031$$

$$\overline{AB} = \frac{\Delta E}{\cos\alpha} = \frac{50}{0,78086881} = 64,031$$

Como vimos, para calcular a distância do ponto A para o ponto B da figura 50, ambas as resoluções são satisfatórias, implicando no mesmo resultado.

2º) Determinar o azimute e o rumo entre dois pontos, tendo as coordenadas.

Vemos abaixo o ponto F e o ponto G com as respectivas coordenadas.

PONTOS	COORDENADAS	
	ABCISSAS (E)	ORDENADAS (N)
F	180	125
G	40	25

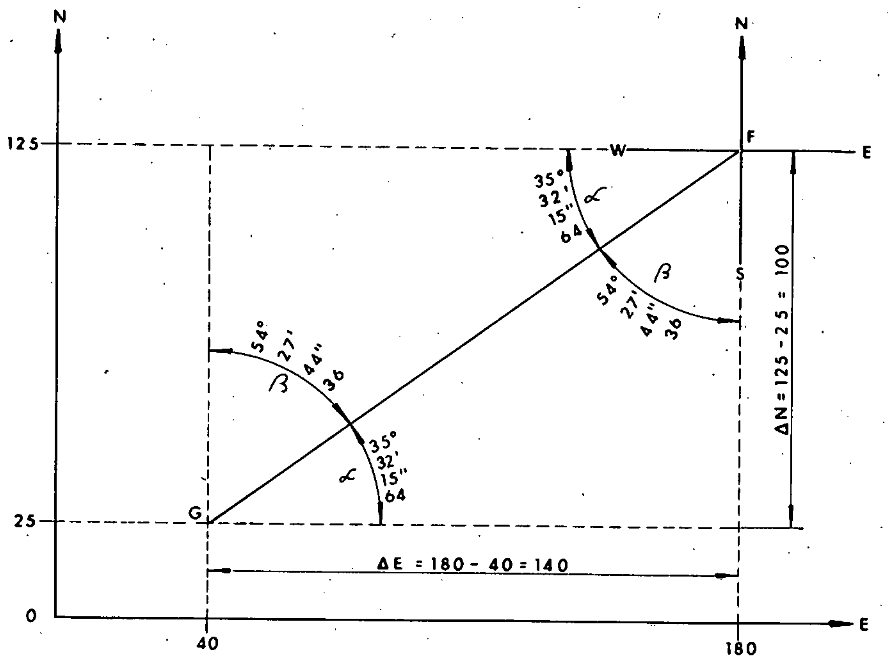


Fig.-51

Devemos determinar o valor dos ângulos α e β (fig. 51). Conhecendo esses ângulos teremos os **azimutes** e **rumos** de F para G e de G para F.

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta N}{\Delta E} = \frac{-100}{140} = 0{,}7142857 \quad \text{onde:}$$

$$\boxed{\alpha = 35^{\circ}\ 32'\ 15'',64}$$

onde: $90^{\circ} - 35^{\circ}\ 32'\ 15'',64 = \boxed{54^{\circ}\ 27'\ 44'',36 = \beta}$

Calculemos agora os rumos e azimutes de F para G e de G para F.

AZ F para G = $180^{\circ} + 54^{\circ}\ 27'\ 44'',36 = 234^{\circ}27'44'',36$

AZ G para F = $234^{\circ}\ 27'\ 44'',36 - 180^{\circ} = 54^{\circ}27'44'',36$

Rumo F para G = $54^{\circ}\ 27'\ 44'',36$ SW

Rumo G para F = $54^{\circ}\ 27'\ 44'',36$ NE

3º) Dadas as coordenadas de 3 pontos (A, B e C), calcular os ângulos internos do triângulo formado.

ELEMENTOS DADOS

PONTOS	COORDENADAS	
	ABCISSAS (E)	ORDENADAS (N)
A	20	100
B	110	120
C	80	10

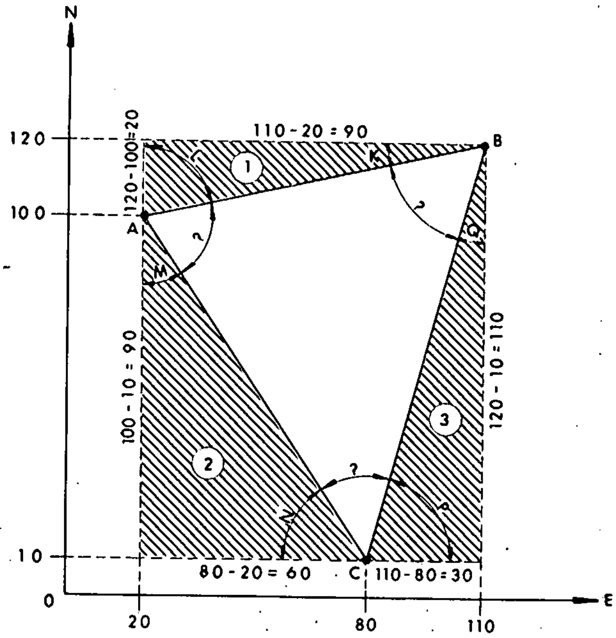


Fig.-52

Para determinarmos os ângulos A, B e C da figura 52 temos os 2 processos mais utilizados:

a) Calculando os ângulos dos triângulos 1, 2 e 3.

b) Calculando as distâncias AB, BC e AC pelo teorema de Pitágoras, e em seguida determinando os ângulos A, B e C pela lei dos co-senos.

Primeiro processo

Determinamos primeiramente os ângulos K, L, M, N, P e Q dos triângulos 1, 2 e 3.

$\operatorname{tg} \hat{K} = \dfrac{20}{90} = 0{,}2222222$ onde: $\hat{K} = 12^{\circ}\ 31'\ 43'',70$

$90^{\circ} - 12^{\circ}\ 31'\ 43'',70 = \hat{L} = 77^{\circ}\ 28'\ 16'',30$

$\operatorname{tg} \hat{M} = \dfrac{60}{90} = 0{,}6666667$ onde: $\hat{M} = 33^{\circ}\ 41'\ 24'',24$

$90^{\circ} - 33^{\circ}\ 41'\ 24'',24 = \hat{N} = 56^{\circ}\ 18'\ 35'',76$

$\operatorname{tg} \hat{Q} = \dfrac{30}{110} = 0{,}2727273$ onde: $\hat{Q} = 15^{\circ}\ 15'\ 18'',43$

$90^{\circ} - 15^{\circ}\ 15'\ 18'',43 = \hat{P} = 74^{\circ}\ 44'\ 41'',57$

Já resolvemos os ângulos acima. De posse deles, poderemos facilmente determinar os ângulos dos vértices A, B e C.

$\hat{A} = 180^{o} - \hat{L} - \hat{M} = 180^{o} - 77^{o}\ 28'\ 16'',30 - 33^{o}\ 41'\ 24'',24 = \mathbf{68^{o}\ 50'\ 19'',46}$

$\hat{B} = 90^{o} - \hat{K} - \hat{Q} = 90^{o} - 12^{o}\ 31'\ 43'',70 - 15^{o}\ 15'\ 18'',43 = \mathbf{62^{o}\ 12'\ 57'',87}$

$\hat{C} = 180^{o} - \hat{N} - \hat{P} = 180^{o} - 56^{o}\ 18'\ 35'',76 - 74^{o}\ 44'\ 41'',57 = \mathbf{48^{o}\ 56'\ 42'',67}$

Segundo processo - "Lei dos co-senos"

Consiste em calcularmos os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ da figura 52, que são as hipotenusas dos triângulos 1, 2 e 3. Aplica-se o teorema de Pitágoras em cada um desses triângulos, e teremos as hipotenusas.

$\overline{AB} = \sqrt{90^2 + 20^2} = \sqrt{8\ 100+400} = \sqrt{8\ 500} = 92,19544457$

$\overline{AC} = \sqrt{90^2 + 60^2} = \sqrt{8\ 100+ 3\ 600} = \sqrt{11\ 700} = 108,1665383$

$\overline{BC} = \sqrt{110^2 + 30^2} = \sqrt{12\ 100+900} = \sqrt{13\ 000} = 114,0175425$

Poderemos agora determinar os ângulos A, B e C da figura 52.

Para melhor observar o triângulo da figura 52 temos abaixo, na figura 53, somente o triângulo ABC com as medidas dos lados. Em seguida determinaremos os co-senos dos ângulos A, B e C e seus ângulos correspondentes, que deverão coincidir com os valores de $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, determinados pela resolução do primeiro processo.

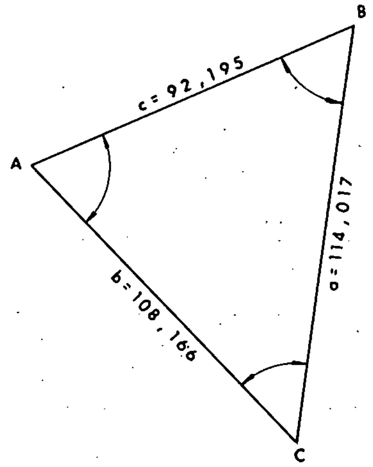


Fig.- 53

$$\cos \hat{A} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot c \cdot b} = \frac{92,195^2 + 108,167^2 - 114,018^2}{2 \times 92,195 \times 108,167} =$$

$$\cos \hat{A} = \frac{8\,500,00 + 11\,700,00 - 13\,000,00}{19\,944,92417} =$$

$$\cos \hat{A} = \frac{7\,200,00}{19\,944,92417} = 0,360994103$$

$$\therefore \hat{A} = 68^{\circ}\ 50'\ 19'',46$$

$$\cos \hat{B} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} = \frac{114,017^2 + 92,195^2 - 108,166^2}{2 \times 114,017 \times 92,195} =$$

$$\cos \hat{B} = \frac{13\,000,00 + 8\,500,00 - 11\,700,00}{21\,023,79604}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{9\,800,00}{21\,023,79604} = 0,466138464$$

$$\therefore \hat{B} = 62^{\circ}\ 12'\ 57'',87$$

$$\cos \hat{C} = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2 \cdot b \cdot a} = \frac{108,166^2 + 114,017^2 - 92,195^2}{2 \times 108,166 \times 114,017} =$$

$$\cos \hat{C} = \frac{11\ 700,00 + 13\ 000,00 - 8\ 500,00}{24\ 665,76576} =$$

$$\cos \hat{C} = \frac{16\ 200,00}{24\ 665,76576} = 0,656780745$$

$$\therefore \hat{C} = 48^{o}\ 56'\ 42'',67$$

4º) Calcular as coordenadas de um ponto tendo as coordenadas de dois primeiros que formam uma base.

Para isso, precisamos ler com teodolito os dois ângulos adjacentes. Neste caso, supomos que no terceiro ponto não seja possível instalarmos o instrumento, para lermos o terceiro ângulo.

Vemos abaixo a figura 54, onde conhecemos as coordenadas dos pontos A e B e os ângulos A e B.

$$A \begin{cases} E = 100 \\ N = 380 \end{cases} \qquad B \begin{cases} E = 420 \\ N = 350 \end{cases} \qquad \begin{matrix} \hat{A} = 60^{o} \\ \hat{B} = 50^{o} \end{matrix}$$

$$\hat{C} = 180^{o} - \hat{A} - \hat{B} = 70^{o}$$

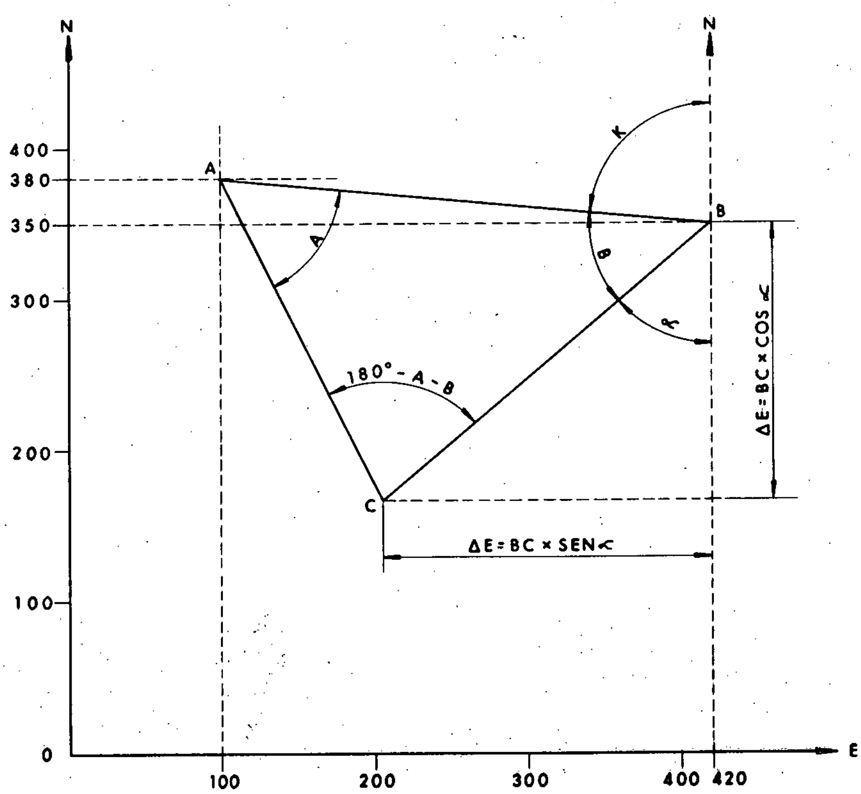


Fig. - 54

Teremos que determinar as coordenadas E e N do ponto C. Para isso, deveremos antes determinar o lado $\overline{BC}$ e o ângulo α. Em seguida, pelo ponto B determinaremos as coordenadas do ponto C.

$$EC = EB - \Delta E$$
$$NC = NB - \Delta N$$

Para chegarmos a resolver estas expressões teremos que executar as operações que abaixo são enumeradas:

Cálculo da distância $\overline{AB}$

$$(380 - 350)^2 + (420 - 100)^2 = \overline{AB}^2$$

$$30^2 + 320^2 = \overline{AB}^2$$

$$900 + 102\ 400 = \overline{AB}^2$$

$$103\ 300 = \overline{AB}^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{103\ 300}$$

$$\boxed{\overline{AB} = 321{,}403}$$

Cálculo do rumo B-A (ângulo K)

$$\text{tg}\ \hat{K} = \frac{EA - EB}{NA - NB} = \frac{100 - 420}{380 - 350}$$

$$\text{tg}\ \hat{K} = \frac{-320}{30} = -10{,}66666666$$

onde: Rumo A-B = $84^\circ\ 38'\ 39'',04$ NW

Cálculo do lado $\overline{BC}$ (lei dos senos)

$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen}\ (180^\circ - \hat{A} - \hat{B})} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen}\ \hat{A}}$$

$$\frac{321{,}403}{\text{sen}\ (180^\circ - 60^\circ - 50^\circ)} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen}\ 60^\circ}$$

$$\frac{321{,}403}{\text{sen } 70^{\circ}} = \frac{\overline{BC}}{\text{sen } 60^{\circ}}$$

$$\frac{321{,}403}{0{,}9396926} = \frac{\overline{BC}}{0{,}866025403}$$

$$\overline{BC} = \frac{321{,}403 \times 0{,}866025403}{0{,}9396926} = 321{,}403 \times 0{,}921604985$$

$$\boxed{\overline{BC} = 296{,}2066069}$$

Cálculo do ângulo α

$$\alpha = 180^{\circ} - \hat{B} - \hat{K}$$

$$\alpha = 180^{\circ} - 50^{\circ} - 84^{\circ}\ 38'\ 39'',04$$

$$\boxed{\alpha = 45^{\circ}\ 21'\ 20'',96}$$

Cálculo do Δ E e Δ N

$$\Delta E = \overline{BC} \ . \ \text{sen}\, \alpha$$

$$\Delta E = 296{,}207 \times \text{sen } 45^{\circ}\ 21'\ 20'',96$$

$$\Delta E = 296{,}207 \times 0{,}71148446$$

$$\boxed{\Delta E = 210{,}7463921}$$

$$\Delta N = \overline{BC} \ . \ \cos \alpha$$

$$\Delta N = 296{,}207 \times \cos 45^{\circ}\ 21'\ 20'',96$$

$$\Delta N = 296{,}207 \times 0{,}702701850$$

$$\boxed{\Delta N = 208{,}1449307}$$

Cálculo das coordenadas Este e Norte do ponto C.

$$EC = EB - \Delta E$$

$$EC = 420{,}000 - 210{,}7463921$$

$$\boxed{EC = 209{,}2536079}$$

$$NC = NB - \Delta N$$

$$NC = 350{,}000 - 208{,}1449307$$

$$\boxed{NC = 141{,}8550693}$$

Resposta:

A abcissa (E) do ponto C é igual a 209,2536079

A ordenada (N) do ponto C é igual a 141,8550693

11 - CÁLCULO DA ÁREA DE UMA POLIGONAL FECHADA

11.1 - Definição

Uma sucessão de linhas medidas no campo forma uma poligonal. Esta pode ser fechada, quando seu último lado termina no vértice inicial, ou aberta, quando seus pontos são ligados, simplesmente, sem se encontrarem.

11.2 - Levantamento de Campo

O levantamento de campo consiste em medir todos os lados que limitam a poligonal, cuja área se deseja calcular, assim como todos os ângulos formados pelas intersecções dos lados. Deve-se medir, também, o rumo de pelo menos um dos lados da poligonal.
Todos os elementos são anotados pelo operador ou topógrafo em uma caderneta (fig. 55), de maneira que seja facilmente interpretada no escritório, para o procedimento dos cálculos.

SERVIÇO :			
FAZENDA :			
SITA EM :		DATA / /	
PROPRIETÁRIO :			
LINHAS	ÂNGULOS LIDOS	RUMOS	MEDIDAS
1-2	59°19'25"	N 40°10'00" E	878,10
2-3	211°48'55"		439,60
3-4	74°42'40"		702,65
4-5	198°11'10"		385,75
5-6	60°49'55"		607,90
6-7	169°49'25"		611,95
7-1	125°19'10"		893,50
OPERADOR		INSTRUMENTOS UTILIZADOS	
OBSERVAÇÕES			

Fig.-55

11.3 - Sequência dos cálculos

1) Anota-se na planilha de cálculo analítico, todos os ângulos internos e distâncias obtidos no campo, e faz-se a somatória dos ângulos, cujo resultado se verifica por:

$\Sigma AI = 180^{o} (n-2)$, sendo n o número de ângulos.

O ângulo total tolerável é dado por: $m\sqrt{n}$, sendo m a menor leitura angular do aparelho e n o número de ângulos.

2) Faz-se o croqui da poligonal (fig. 56) e calcula-se os rumos de todas as linhas. Todos os rumos encontrados são levados à planilha.

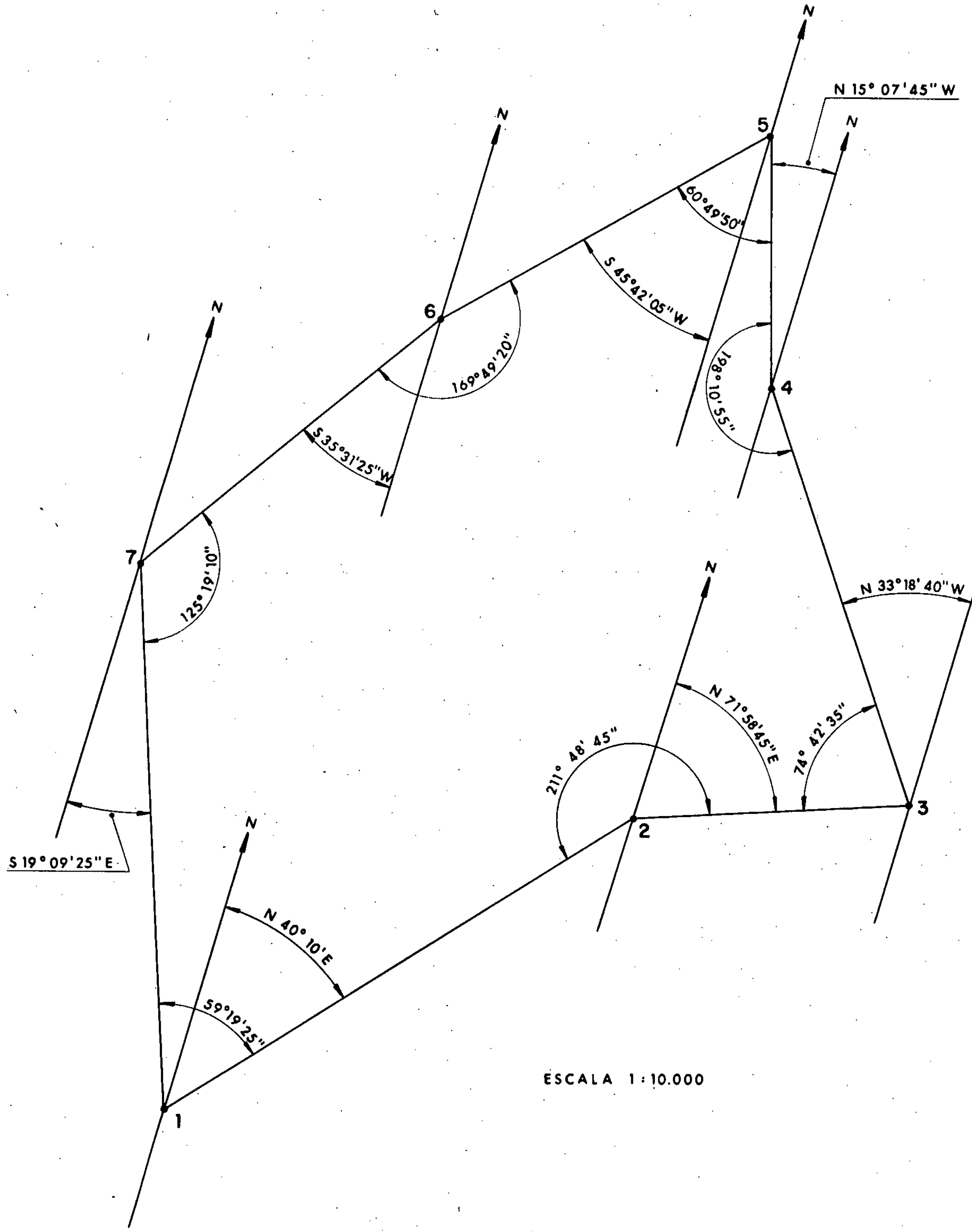


Fig. - 56

3) Com o auxílio de uma tabela de funções naturais, ou de uma calculadora científica, determina-se os senos e co-senos dos rumos.

4) Multiplica-se a distância de cada linha pelo co-seno correspondente ao rumo da linha e obtém-se as diferenças de latitude.

5) Multiplica-se a distância de cada linha pelo seno correspondente ao rumo da linha, e obtém-se as diferenças de longitude.

6) Soma-se as colunas N, S, E e W. Se a somatória da coluna N for diferente da somatória da coluna S, da maior tira-se a menor e obtém-se um valor que será denominado Δ y. Se a somatória da coluna E for diferente da somatória da coluna W, da maior tira-se a menor e obtém-se um valor que será denominado Δ x.

A seguir, calcula-se o erro de fechamento por:

$$ef = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

O erro de fechamento não pode exceder o valor tolerável, que é dado por: $Vt = 0{,}03 \sqrt{P} + 0{,}10 \sqrt{n}$, sendo **P** o perímetro e **n** o número de ângulos.

Comumente pode-se dizer que o erro de fechamento das poligonais não deve exceder a:

- levantamento a bússola e corrente: 1:400 a 1:600
- levantamento a teodolito e corrente: 1:600 a 1:800
- levantamento a teodolito e trena de aço: 1:1500 a 1:3000

7) Quando o erro de fechamento não excede o limite permissível estabelecido, faz-se a distribuição de acordo com o caso:

a) Se o erro está tanto nos ângulos quanto nos comprimentos (caso da bússola e corrente), será conveniente corrigir as diferenças de latitude (ordenadas) e de longitude (abcissas) em proporção ao comprimento da linha a que corresponde.
Nesta situação a distribuição é dada por:

$$e\ lat = \frac{\Delta y}{P} \cdot L, \quad e\ long = \frac{\Delta x}{P} \cdot L$$

b) Quando o erro está principalmente nas distâncias (caso do teodolito e corrente), será conveniente corrigir as diferenças de latitude em proporção às diferenças de latitude de cada linha, e as diferenças de longitude em proporção às diferenças de longitude de cada linha.

Nesta hipótise a distribuição é dada por:

$$e\ lat = \left(\frac{\Delta y}{\Sigma N + \Sigma S}\right) \cdot (\text{dif. lat. da linha considerada})$$

$$e\ long = \left(\frac{\Delta x}{\Sigma E + \Sigma W}\right) \cdot (\text{dif. long. da linha considerada})$$

Tanto no 1º quanto no 2º caso os erros correspondentes a cada diferença de latitude e de longitude, devem ser somados quando a coluna a que pertencem é menor que a outra e subtraidos no caso contrário. Os resultados assim obtidos, são as diferenças de latitude e de longitude compensadas.

Convencionalmente, temos que:

- Quando os alinhamentos se orientam para leste (E), as diferenças de longitude são positivas, e negativas para oeste (W).
- Quando os alinhamentos se orientam para o norte (N), as diferenças de latitude são positivas, e negativas para o sul (S).

8) Calcula-se as latitudes e as longitudes do seguinte modo:

São estabelecidas a latitude e a longitude do vértice inicial.

Normalmente, adota-se o valor 0 (zero) tanto para a latitude, quanto para a longitude. A seguir faz-se a soma algébrica das diferenças de latitude, encontrando-se as latitudes dos demais vértices.

O mesmo procedimento é adotado para o cálculo das longitudes.

9) Calcula-se as duplas latitudes e as duplas longitudes dos vértices, sendo que:

- Dupla latitude do 1º vértice = diferença de latitude do 1º vértice.
- Dupla latitude de um vértice qualquer = dupla latitude do vértice anterior + diferença de latitude do vértice anterior + diferença latitude do próprio vértice.

Para o cálculo das duplas longitudes procede-se de modo idêntico.

10) Calcula-se as áreas duplas por dois processos:

a) Multiplica-se as diferenças de latitude dos vértices pelas duplas longitudes correspondentes, e soma-se os produtos encontrados.

b) Multiplica-se as diferenças de longitude dos vértices pelas duplas latitudes correspondentes, e soma-se os produtos encontrados. Se todos os cálculos foram feitos corretamente as áreas duplas encontradas terão os mesmos valores.

11) Divide-se a área dupla por 2 (dois) e o valor

encontrado em metros quadrados, transforma-se para alqueires, hectares, ares e centiares.

11.4 - Planilha de cálculo analítico.

LINHAS	ELEMENTOS ANGULARES			DISTÂNCIAS	FUNÇÕES ANGULARES DOS RUMOS	
	ÂNGULOS INTERNOS		RUMOS			
	LIDOS	COMPENSADOS			SENOS	CO-SENOS
1-2	59°19'25''	59°19'25''	40°10'00''NE	878,10	0,64501322	0,76417141
2-3	211°48'55''	211°48'45''	71°58'45''NE	439,60	0,95094409	0,30936279
3-4	74°42'40''	74°42'35''	33°18'40''NW	702,65	0,54918489	0,83570088
4-5	198°11'10''	198°10'55''	15°07'45''NW	385,75	0,26099595	0,9653399
5-6	60°49'55''	60°49'50''	45°42'05''SW	607,90	0,71570966	0,69839794
6-7	169°49'25''	169°49'20''	35°31'25''SW	611,95	0,58103840	0,81387615
7-1	125°19'10''	125°19'10''	19°09'25''SE	893,50	0,32815689	0,94462323
	900°00'40''	900°00'00''		4519,45		

$$\Sigma AI = 180^{\circ} (n - 2) = 180^{\circ} (7-2) = 900^{\circ}$$

$$\text{Tolerância} = m \quad n = 20'' \quad 7 = 52{,}9''$$

DIF. DE LONGITUDE		CORREÇÕES	DIF. DE LATITUDE		CORREÇÕES
E (+)	W (–)		N (+)	S (–)	
566,3861		0,0814	671,0189		0,0056
418,0350		0,0407	135,9959		0,0028
	385,8848	0,0651	587,2052		0,0044
	100,6792	0,0358	372,3799		0,0024
	435,0799	0,0564		424,5561	0,0038
	355,5664	0,0567		498,0515	0,0039
293,2082		0,0828		844,0209	0,0057
1277,6293	1277,2103		1766,5999	1766,6285	

$$Vt = 0{,}03 \quad P \quad + 0{,}10 \quad n$$

$$Vt = 0{,}03 \quad 4519{,}45 \quad + 0{,}10 \quad 7 \quad = 2{,}28 \text{ m}$$

$$ef = (0{,}419)^2 + (0{,}0286)^2$$

$$ef = 0{,}420 \text{ m}$$

Correções:

$$e\ long. = \frac{\Delta X}{P} . L = \frac{0,419}{4519,45} . L = 0,0000927 . L$$

$$e\ lat. = \frac{\Delta Y}{P} . L = \frac{0,0286}{4519,45} : L = 0,00006328 . L$$

DIF. LONGITUDE COMPENSADA	DIF. LATITUDE COMPENSADA	LONGITUDE (X)	LATITUDE (Y)
+ 566,3047	+ 671,0245	000,0000	000,0000
+ 417,9943	+ 135,9987	566,3047	671,0245
- 385,9499	+ 587,2096	984,2990	807,0232
- 100,7150	+ 372,3823	598,3491	1394,2328
- 435,1363	- 424,5523	497,6341	1766,6151
- 355,6231	- 498,0476	62,4978	1342,0628
+ 293,1253	- 844,0152	- 293,1253	844,0152
X = 0	Y = 0		

LONGITUDE DOBRADA	LATITUDE DOBRADA	ÁREAS DUPLAS	
		DIF. LAT. x LONG. DOBR.	DIF. LONG. x LAT. DOBR.
+ 566,3047	+ 671,0245	+ 380004,3281	+ 380004,3281
+ 1 550,6037	+ 1 478,0477	+ 210880,0874	+ 617815,5137
+ 1 582,6481	+ 2 201,2560	+ 929346,1577	- 849574,533
+ 1 095,9832	+ 3 160,8479	+ 408124,7447	- 318344,7962
+ 560,1319	+ 3 108,6779	- 237805,2864	-1352698,5990
- 230,6275	+ 2 186,0780	+ 114863,4728	- 777419,8352
- 293,1253	+ 844,0152	+ 247402,2087	+ 247402,2087
		+ 2052815,7110	- 2052815,713

$$ÁREA = \frac{2\ 052\ 815,712}{2} = 1\ 026\ 407,856\ m$$

ÁREA = 42 Alqueires 1 ha. 7,856 ca

11.5 - Planta do levantamento da Poligonal

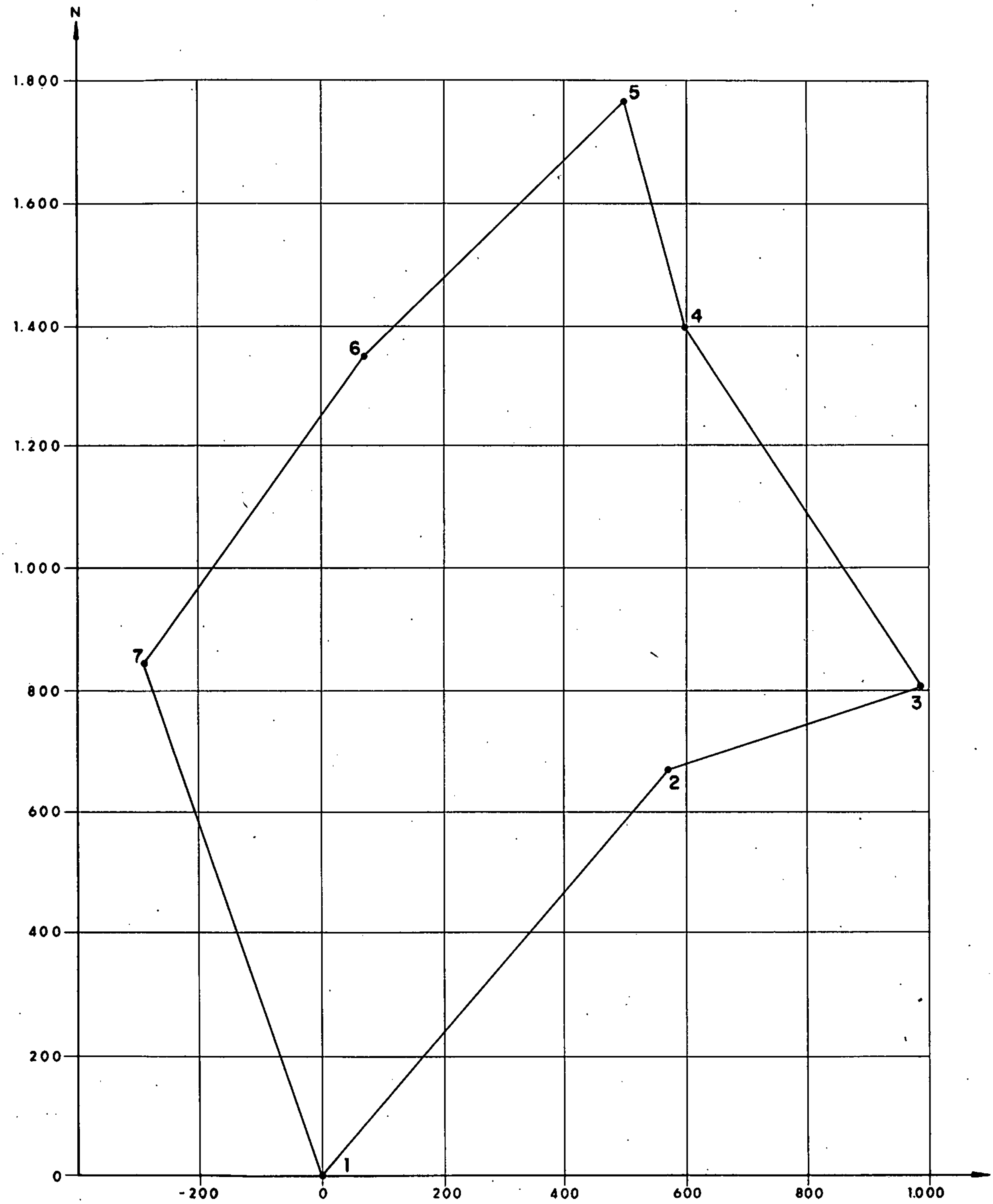


Fig. - 57

FAZENDA :	ESCALA
SITA EM :	1:10.000

12 - LOCAÇÃO DE CURVAS

12.1 - Definição

Na topografia, o processo inverso ao levantamento é denominado locação.

A locação é a implantação no terreno, daquilo que está projetado em planta.

Na construção de uma estrada, encontramos vários trechos em curva, os quais têm a finalidade de estabelecer a concordância entre os trechos em reta.

As curvas horizontais podem ser circulares ou de transição.

12.2 - Curva circular horizontal

12.2.1 - Definição

É um arco de círculo, que une dois segmentos de retas quaisquer de modo que estabeleça uma concordância entre elas.

Elementos da curva

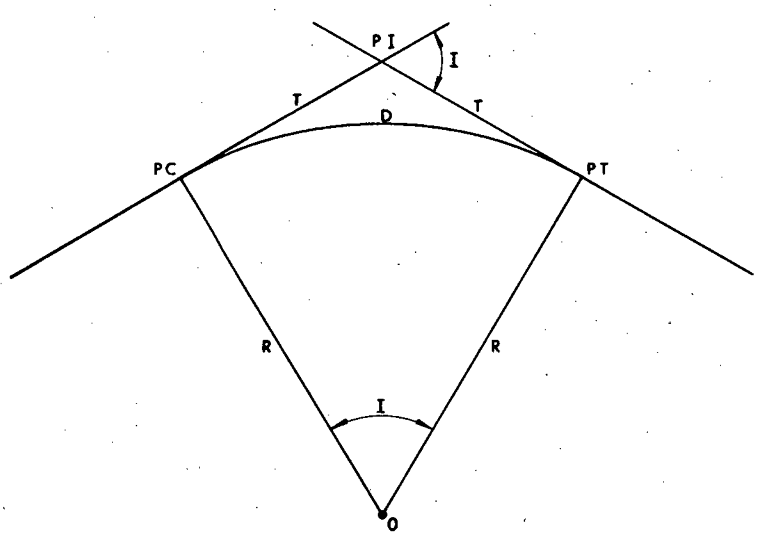


Fig.- 58

Raio (R): o raio da curva é dado em metros e é adotado de acordo com a classe da estrada.

Ângulo Central (I): é o ângulo interno da curva e coincide com o ângulo de deflexão dos dois segmentos.

PC : é o ponto de começo da curva
PT : é o ponto de término da curva

O PC e o PT são pontos de concordância com os segmentos retilíneos.

PI : é o ponto de intersecção das tangentes da curva.

Tangentes (T)

São os segmentos das retas que tangenciam a curva no PC e no PI e são medidos entre estes pontos e o PI.

Desenvolvimento (D)

É o comprimento total do arco da curva.

G : grau da curva é o ângulo central ou interno correspondente a um arco de 20 metros.

12.2.2 - Cálculo dos elementos da curva

Para o procedimento dos cálculos, o projeto em planta fornece o valor do raio e do ângulo central da curva.

Tangente

Unindo-se o PI ao ponto central **O** da curva (fig. 59), obtemos um triângulo retângulo.

A tangente é dada por:

$$T = R \; tg \; I/2$$

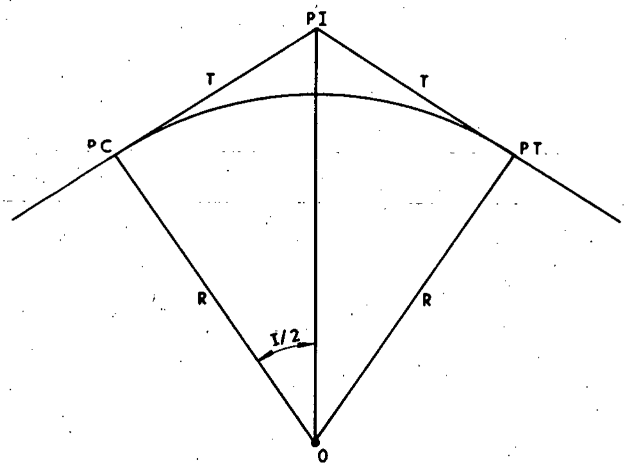


Fig.- 59

Estaca do PC

A estaca do PC é dada por:

Estaca do PC = Estaca do PI - T

Desenvolvimento

O comprimento do desenvolvimento é dado pela proporção:

$$\frac{2\pi R}{360^\circ} = \frac{D}{I} \quad \text{portanto} \quad D = \frac{2\pi R \cdot I}{360^\circ}$$

Estaca do PT

A estaca do PT é calculada por:

Estaca do PT = Estaca do PC + D

12.2.3 - Locação de curvas horizontais pelo processo das deflexões.

Este processo consiste na locação de uma curva através das deflexões lidas no PC , entre a tangente e as estacas inteiras da curva.

Para se fazer a locação de uma curva, calcula-se, primeiramente, os elementos da curva como foi estudado anteriormente, e a seguir calcula-se as deflexões.

Cálculo das deflexões

Na figura 60, vemos que o triângulo PC - A - PI é semelhante ao triângulo PC - O - PI.

Portanto, o ângulo **a** é igual ao ângulo I/2, ou seja, metade do ângulo central I.

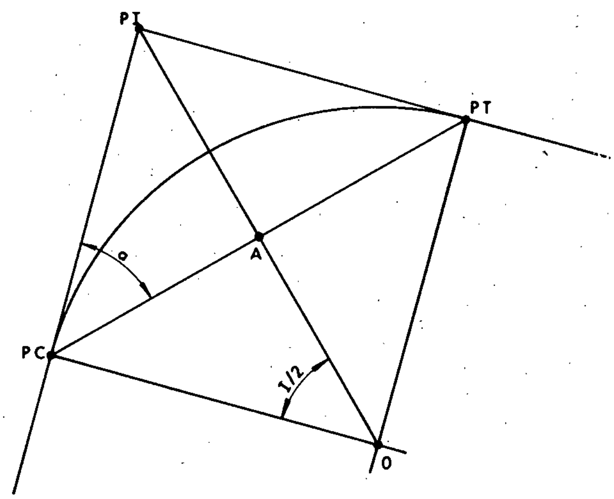


Fig.- 60

Se **a** é igual I/2, conclui-se que a deflexão por 20 metros é igual a G/2, e a deflexão por metro é igual a G/40.

Temos que:

$$\frac{G}{20} = \frac{360^{\circ}}{2\pi R}, \text{ portanto } G = \frac{360^{\circ} \times 20}{2\pi R}$$

$$G/40 = \frac{360^{\circ} \times 20}{2\pi R} \div 40 = \frac{180}{2\pi R} = \frac{90}{\pi R}$$

Para calcularmos a deflexão para uma estaca de 20 m, multiplica-se a deflexão/metro por 20. Se a estaca do PC for fracionária, a deflexão da primeira estaca inteira é obtida multiplicando-se a distância desta estaca ao PC pela deflexão/metro.

A curva é locada da seguinte maneira:

a) Com o teodolito estacionado no PI, visando para trás no alinhamento do eixo, e nessa direção medindo a tangente, encontra-se o PC.

b) Estacionando no PC e visando o PI, com o aparelho "zerado".

c) Defletindo a luneta com o ângulo correspondente à primeira deflexão, e nessa direção marcando a medida correspondente, determina-se a estaca inteira.

d) Determina-se as estacas consecutivas, de 20 em 20 metros, do seguinte modo:

   - Conservando o aparelho estacionado no PC, dando-lhe nova deflexão, obtendo-se uma direção de visada. Ao mesmo tempo, esticando a trena, "zerada" na estaca anterior, e procura-se com a outra extremidade, a linha de visada do aparelho. O cruzamento das duas direções, que será acusado pelo operador do instrumento, determinará a estaca seguinte.

Ponto de Mudança (PM)

Pode acontecer que durante a locação de uma curva pelo processo das deflexões, seja necessário fazer a mudança de posição do aparelho. Isso ocorre quando há existência de acidentes topográficos (bosques, colinas, casas, etc.) no local que impeça a visada direta. Como nem todos os pontos são visíveis no PC, o aparelho tem que ser mudado para outra posição de onde a visibilidade não seja prejudicada. Este ponto para o qual o aparelho é mudado denomina-se ponto de mudança (PM).

O ponto de mudança situa-se no extremo da visibilidade e, consequentemente, não incide obrigatoriamente sobre uma estaca inteira, se bem que esta última hipótese seja preferível para simplificação.
Em certos casos, as condições topográficas locais obrigam o emprego de mais de um ponto de mudança.

Após a mudança do instrumento, procede-se a locação da seguinte maneira:

a) Estacionando o aparelho no PM, visa-se com a luneta invertida para o PC.

b) Endireitando a luneta, tem-se assim a direção do prolongamento da corda PC - PM.

c) Deflete-se a luneta com o mesmo ângulo lido ao se locar o PM.

d) A luneta agora aponta na direção da tangente à curva, passando por PM.

Podemos, portanto, continuar a locação de modo idêntico ao anterior.

Para que o trabalho de campo desenvolva-se com eficiência satisfatória, é imprescíndivel que todos os elementos da curva sejam previamente calculados e organizados em uma tabela, como veremos adiante.

Exercício

Dado o ângulo central, o raio e a estaca do PI, pede-se calcular:

a) Tangente (T)
b) Estaca do PC
c) Desenvolvimento (D)
d) Estaca do PT
e) Elaborar a tabela

Dados:

I = 65º 00' 00''
R = 200,00 m
PI = E 38 + 2,263 m

Tangente (T)

T = R . tg I/2 = 200,00 . tg 32º 30'
T = 200,00 x 0,63707
T = 127,414 m

Estaca do PC

PC = PI - T
PC = E 38 + 2,263 m - 127,414 m
PC = E 31 + 14,849 m

Desenvolvimento

$$D = \frac{\pi R \cdot I}{180°} = \frac{3{,}14159 \times 200{,}00 \times 65°}{180°}$$

D = 226,893 m

Estaca do PT

PT = PC + D
PT = E 31 + 14,849 m + 226,893 m
PT = E 43 + 1,742 m

Elaborar a tabela

Para elaborar a tabela, calcula-se as deflexões parciais, as deflexões acumuladas e as cordas.

A primeira estaca inteira a partir do PC é a estaca 32. A primeira corda será:

1a. Corda = E 32 - E 31 + 14,849

1a. Corda = 5,151 m

A deflexão neste ponto será:

$$1a.\ defl. = \frac{180 \times 5,151}{2\ \pi\ R} = \frac{180 \times 5,151}{2 \times 3,14159 \times 200,00}$$

1a. defl. = $0^o\ 44'\ 16'',18$

A deflexão para cada estaca de 20 metros será:

$$d\ 20 = \frac{180 \times 20}{2\ \pi\ R} = \frac{180 \times 20}{2 \times 3,14159 \times 200}$$

d 20 = $2^o\ 51'\ 53'',23$

A deflexão para a última corda será:

última corda = PT - E 43 = E 43 + 1,742 - E 43

última corda = 1,742 m

$$\text{última defl.} = \frac{180 \times 1,742}{2\ \pi\ R} = \frac{180 \times 1,742}{2 \times 3,14159 \times 200}$$

última defl. - $0^o\ 14'\ 58'',29$.

ESTAÇÃO DO APARELHO	PONTOS VISADOS	DEFLEXÃO PARCIAL	DEFLEXÃO ACUMULADA	CORDAS
PC = E 31+14,849	PI	$00^o00'00''$	$00^o00'00''$	-
PC = E 31+14,849	E 32+00	$00^o44'16'',18$	$00^o44'16'',18$	05,151 m
PC = E 31+14,849	E 33+00	$02^o51'53'',23$	$03^o36'09'',41$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 34+00	$02^o51'53'',23$	$06^o28'02'',64$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 35+00	$02^o51'53'',23$	$09^o19'55'',87$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 36+00	$02^o51'53'',23$	$12^o11'49'',10$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 37+00	$02^o51'53'',23$	$15^o03'42'',33$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 38+00	$02^o51'53'',23$	$17^o55'35'',56$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 39+00	$02^o51'53'',23$	$20^o47'28'',79$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 40+00	$02^o51'53'',23$	$23^o39'22'',01$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 41+00	$02^o51'53'',23$	$26^o31'15'',25$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 42+00	$02^o51'53'',23$	$29^o23'08'',48$	20,00 m
PC = E 31+14,849	E 43+00	$02^o51'53'',23$	$32^o15'01'',71$	20,00 m
PC = E 31+14,849	PT = E 43+01,742	$00^o14'58'',29$	$32^o30'00''$	01,742 m

13 - TRIANGULAÇÃO

13.1 - Introdução

É o conjunto de operações necessário para se estabelecer sobre o terreno uma cadeia de triângulos (ou um só), cujos ângulos se medem por observação direta, e as coordenadas dos vértices são determinadas por cálculo trigonométrico.

Os lados de uma cadeia de triângulos formam uma rede que liga entre si os pontos ou estações em que são medidos os ângulos.

Os vértices dos triângulos são denominados estações ou vértices da triangulação. Em cada vértice da triangulação é colocado um marco.

Os marcos de coordenadas conhecidas são os marcos bases da triangulação. Para locar um marco há necessidade de conhecer-se as coordenadas dos outros dois marcos que compõem o triângulo.

13.2 - Método de trabalho

Numa triangulação, o trabalho divide-se nas seguintes fases:

1a. - Reconhecimento do terreno

O reconhecimento é de grande importância para a triangulação.

Consiste em selecionar os vértices e determinar à forma e o tamanho dos triângulos resultantes.

Os ângulos devem estar compreendidos entre 30^{o} e 150^{o}. Os ângulos próximos de 0^{o} ou de 180^{o} provocam uma margem de erro nos cálculos trigonométricos.

Tanto os ângulos como as distâncias de umas estações às outras, se determinam no campo ou através de um mapa ou desenho contendo as curvas de nível do local.

Deve-se estudar, também, a visibilidade recíproca entre os vértices, o acesso às estações, e a utilização destas para trabalhos posteriores. Os vértices devem situar-se nos pontos mais altos, desde que permitam que se façam visadas diretamente sobre o marco cravado no solo.

2a. - Colocação dos marcos

Nos pontos determinados através do reconhecimento, são colocados marcos de concreto que possuem em sua parte superior um pino ou uma chapinha de metal, onde será marcado um sinal em forma de cruz, ou puncionado um ponto, que servirá para se fazer a centralização do teodolito, da baliza, ou do aparelho de poligonação.

3a. - Fixação de placas sinalizadoras

Consiste em colocar uma bandeirola a aproximadamente 1 metro do marco. A finalidade é permitir a localização do marco com maior facilidade.

4a. - Colocação de proteções para os marcos

Os marcos, sendo cravados diretamente no solo, estão sujeitos a sofrer deslocamentos provocados pela passagem de veículos muito próximos a eles. Por este motivo são colocadas proteções sobre o marco e ao seu redor.

Sobre o marco coloca-se uma caixa de madeira de formato tronco-piramidal. Ao seu redor constroi-se uma cerca de proteção de aproximadamente 1 metro de largura. Na caixa inscreve-se o número do marco.

5a. - Abertura de picadas

Quando a vegetação não permite a visada entre os marcos, procede-se a abertura de picadas de maneira a permitir a melhor visibilidade possível.

6a. - Medição dos ângulos

A quantidade de ângulos a serem medidos dependerá da precisão exigida pelo trabalho.

Para a eliminação de erros de divisão do círculo, faz-se as leituras angulares de modo que estas apresentem-se distribuídas sobre as distintas partes do círculo.

Para a eliminação de erros de excentricidade do aparelho e redução do erro pessoal de observação, faz-se para cada leitura com a luneta direta, uma leitura com a luneta invertida.

A distribuição angular no círculo é feita utilizando-se a seguinte fórmula:

$\Delta \alpha = \dfrac{360^\circ}{2\ N}$, onde:

$\Delta \alpha$ = dif. entre as leituras iniciais.

N = número de leituras angulares, com a luneta direta.

Todas as leituras angulares são anotadas para posteriores cálculos no escritório.

7a. - Cálculos

Para a execução dos cálculos, preliminarmente faz-se a compensação do triângulo, observando-se esta sequência:

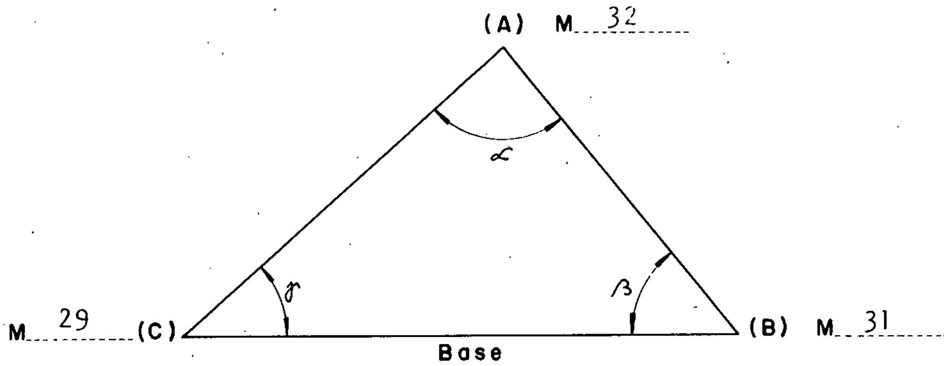
a) Exclui-se as leituras angulares que variem demasiadamente umas das outras, ou seja, tomando-se uma leitura média, exclui-se aquelas que apresentem diferença superior a 3'' (três segundos) da média;

b) Faz-se a segunda eliminação, subtraindo-se a leitura média da maior leitura, encontrando-se um valor que chamaremos de **a**. Em seguida subtrai-se a menor leitura da média encontrando-se um valor, que chamaremos de **b**. Se **a** for menor do que **b** subtrai-se **a** da média e elimina-se todas as leituras inferiores ao resultado obtido. Se **a** for maior que **b**, soma-se **b** à média e elimina-se todas as leituras superiores ao resultado obtido;

c) Novamente calcula-se a média aritmética das leituras restantes, e obtêm-se a segunda média;

d) Somando-se as médias dos três vértices obtêm-se aproximadamente 180^{o}. A diferença para 180^{o} é dividida por três, e o resultado é somado ou subtraido de cada uma das médias, obtendo-se assim as médias finais. As médias finais são passadas para a folha **"Cálculo de Coordenadas"**, juntamente com as coordenadas dos marcos conhecidos, e procede-se o cálculo das coordenadas do marco em questão.

Exemplo de compensação do triângulo e cálculo das coordenadas:



Ângulos	Ângulos Lidos	∢ Média Final	Obs.: Quando ∢ α, β ou γ > 90° a Cotg Será Negativo	Verificação dos Cotg β e γ
α		65°15'34",27	Cotg β = 0,135144335	Cotg α = 0,460804881
β		82°18'12",35	Cotg γ = 1,573497889	Cotg α × Cotg β + Cotg α × Cotg γ + Cotg β × Cotg γ = 1
γ		32°26'13",38	Σ = 1,708642224	R = 1,000 000 002

EB = 258 320,492	−ΔE × Cotg β = 108,0987101	ΔE × Cotg γ = −1258,603197
EC = 259 120,368	−Δ N = − 100,103	−Δ N = − 100,103
ΔE = − 799,876	n = 7,9957101	n = −1358,706197
	n ÷ Σ = (1) = 4,679569536	n ÷ Σ = (2) = − 795,1964301

NB = 932 250,532	−ΔN × Cotg β = − 13,52835336	ΔN × Cotg γ = 157,5118591
NC = 932 150,429	ΔE = −799,876	ΔE = − 799,876
ΔN = + 100,103	m = −813,4043533	m = − 642,3641409
	m ÷ Σ = (3) = −476,0530565	m ÷ Σ = (4) = − 375,9500566

EA = EB + (1) = 258325,1715	COORDENADAS FINAIS	OBSERVAÇÕES
EA = EC + (2) = 258325,1716	N= 931774,479	E = Coordenadas Este N = Coordenadas Norte
NA = NB + (3) = 931774,479	M 32 (A)	Δ = Soma Algébrica n = Soma Algébrica
NA = NC + (4) = 931774,479	E= 256325,1715	m = Soma Algébrica

LOCAL ____________________

DATA ___/___/___ CALCULADO POR ____________________

VÉRTICE	M 31	M 29	∢ α	1º ELIMINAÇÃO	2º ELIMINAÇÃO
	00°00'15",0	65°15'50",0	65°15'35",0		
	180°00'14",2	245°15'47",2	65°15'33",0		
	20°10'15",0	85°25'45",8	65°15'30",8		X
	200°10'12",4	265°25'45",1	65°15'32",7		
	40°32'16",7	105°47'54",1	65°15'37",4	X	
	220°32'18",2	285°47'51",8	65°15'33",6		
	60°23'39",3	125°39'14",0	65°15'34",7		
	240°23'42",3	305°39'11",6	65°15'29",3	X	
	80°42'02",7	145°57'36",1	65°15'33",4		
	260°42'03",2	325°57'37",3	65°15'34",1		
	100°50'08",4	166°05'39",2	65°15'30",8		X
	280°50'10",2	346°05'41",4	65°15'31",2		X
	120°32'32",1	185°48'06",3	65°15'34",2		
	300°32'30",4	05°48'06",1	65°15'35",7		
A	140°50'20",3	206°05'54",6	65°15'34",3		
	320°50'23",0	26°05'56",7	65°15'33",7		
	160°10'15",6	225°25'51",2	65°15'35",6		
	340°10'12",5	45°25'49",6	65°15'37",1	X	

1º ELIMINAÇÃO — ELIMINA-SE TODOS ∢ CONSIDERADOS FORA DE MÉDIA

1º MÉDIA $= \dfrac{\Sigma \measuredangle \text{ LIDOS APÓS 1º ELIMINAÇÃO}}{\text{N LEITURA APÓS 1º ELIMINAÇÃO}} =$ 502",8 ÷ 15 = 33",52

2º ELIMINAÇÃO	DIFERENÇA
a = MAIOR LEITURA – 1º MÉDIA = 35",7 – 33",52 =	a = 2",18
b = 1º MÉDIA – MENOR LEITURA = 33",52 – 30",8 =	b = 2",72

NORMA

SE a < b SUBTRAIR a DA 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ABAIXO DO RESULTADO OBTIDO

33",52 – 2",18 = 31",34

SE a > b SOMA-SE b A 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ACIMA DO RESULTADO OBTIDO

+ =

2º MÉDIA $= \dfrac{\Sigma \measuredangle \text{ FINAL}}{\text{N LEITURA APÓS 2º ELIMINAÇÃO}} =$ 410" ÷ 12 = ∢ 34",17 = 65°15'34",17

3º MÉDIA $= \alpha + \beta + \gamma - 180° = \theta \quad \therefore \quad (\alpha \tfrac{+\theta}{-3}) + (\beta \tfrac{+\theta}{-3}) + (\gamma \tfrac{+\theta}{-3}) = 180°$

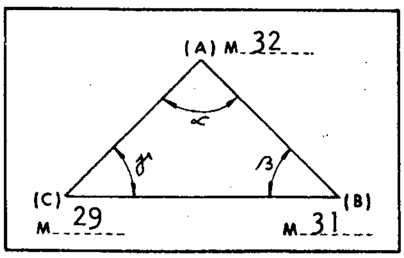
$\theta = -0",29$

$\frac{\theta}{3} = 0",10$

∴ ∢ **MÉDIA FINAL** = 34",17 + 0",10 — 65°15'34",27

LOCAL ____________

DATA ___/___/___ CÁLCULADO POR: ____________



VÉRTICE	M 29	M 32	∢ β	1ª ELIMINAÇÃO	2ª ELIMINAÇÃO
	00°00'06",8	82°18'17",0	82°18'10",2		
	180°00'10",2	262°18'22",3	82°18'12",1		
	20°10'20",4	102°28'35",7	82°18'15",2		X
	200°10'22",3	282°28'37",0	82°18'14",7		
	40°30'08",6	122°48'19",0	82°18'10",4		
	220°30'06",7	302°48'18",2	82°18'11",5		
	60°10'10",5	142°28'19",9	82°18'09",4	X	
	240°10'08",4	322°28'21",0	82°18'12",6		
	80°40'19",4	162°58'34",1	82°18'14",7		
	260°40'22",5	342°58'38",3	82°18'15",8	X	
	100°25'17",3	182°43'34",0	82°18'16",7	X	
	280°25'15",8	02°43'31",1	82°18'15",3		X
	120°42'12",6	203°00'24",9	82°18'12",3		
	300°42'11",4	23°00'22",6	82°18'11",2		
B	140°33'52",2	222°52'00",8	82°18'08",6	X	
	320°33'53",1	42°52'03",5	82°18'10",4		
	160°08'57",8	242°27'10",6	82°18'12",8		
	340°08'56",4	62°27'10",6	82°18'14",2		

1º ELIMINAÇÃO — ELIMINA-SE TODOS ∢ CONSIDERADOS FORA DE MÉDIA

1º MÉDIA = $\dfrac{\Sigma ∢ \text{ LIDOS APÓS 1º ELIMINAÇÃO}}{\text{N LEITURA APÓS 1º ELIMINAÇÃO}}$ = 177",6 ÷ 14 = 12",68

2º ELIMINAÇÃO	DIFERENÇA
a = MAIOR LEITURA − 1º MÉDIA = 15",3 − 12",68 =	a = 2",62
b = 1º MÉDIA − MENOR LEITURA = 12",68 − 10",2 =	b = 2",48

NORMA

SE a < b SUBTRAIR a DA 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ABAIXO DO RESULTADO OBTIDO

− =

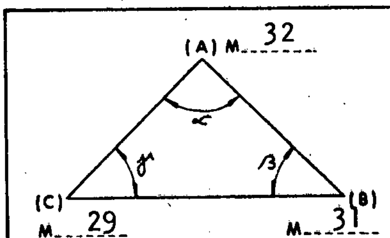
SE a > b SOMA-SE b A 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ACIMA DO RESULTADO OBTIDO

12",68 + 2",48 = 15",16

2º MÉDIA = $\dfrac{\Sigma ∢ \text{ FINAL}}{\text{N LEITURA APÓS 2º ELIMINAÇÃO}}$ = 147",1 ÷ 12 = ∢ 12",26 = 82°18'12",26

3º MÉDIA = $\alpha + \beta + \gamma - 180° = \theta \therefore (\alpha \frac{+\theta}{-3}) + (\beta \frac{+\theta}{-3}) + (\gamma \frac{+\theta}{-3}) = 180°$ θ = −0",29 $\frac{\theta}{3}$ = 0",09

∴ ∢ **MÉDIA FINAL** = 12,26" +0",09 —— 82°18'12",35



LOCAL ____

DATA ___/___/___ CALCULADO POR: ____

VÉRTICE	M 32	M 31	∢ γ	1º ELIMINAÇÃO	2º ELIMINAÇÃO
	00°15'20'',4	32°41'32'',8	32°26'12'',4		
	180°15'18'',9	212°41'30'',4	32°26'11'',5		
	20°32'10'',6	52°58'25'',9	32°26'15'',3		
	200°32'09'',7	232°58'24'',4	32°26'14'',7		
	40°52'30'',4	73°18'47'',9	32°26'17'',5	X	
	220°52'32'',1	253°18'50'',5	32°26'18'',4	X	
	60°05'09'',6	92°31'24'',9	32°26 15'',3		
	240°05'09'',2	272°31'23'',4	32°26'14'',2		
	80°19'36'',2	112°45'48'',0	32°26'11'',8		
	260°19'37'',4	292°45'48'',3	32°26'10'',9		
	100°35'14'',8	133°01'24'',6	32°26'09'',8	X	
	280°35'15'',3	313°01'25'',7	32°26'10'',4		X
	120°49'30'',7	153°15'40'',2	32°26'09'',5	X	
	300°49'30'',3	333°15'41'',5	32°26'11'',2		
C	140°15'25'',4	172°41'38'',2	32°26'12'',8		
	320°15'24'',3	352°41'38'',2	32°26'13'',9		
	160°16'32'',8	192°42'47'',1	32°26'14'',3		
	340°16'33'',2	12°42'47'',6	32°26'14'',4		

1º ELIMINAÇÃO — ELIMINA-SE TODOS ∢ CONSIDERADOS FORA DE MÉDIA

1º MÉDIA $= \dfrac{\Sigma \sphericalangle \text{ LIDOS APÓS 1º ELIMINAÇÃO}}{\text{N LEITURA APÓS 1º ELIMINAÇÃO}}$ = 183'',10 ÷ 14 = 13'',08

2º ELIMINAÇÃO	DIFERENÇA
a = MAIOR LEITURA − 1º MÉDIA = 15'',3 − 13'',08 =	a = 2'',22
b = 1º MÉDIA − MENOR LEITURA = 13'',08 − 10'',4 =	b = 2'',68

NORMA

SE a < b SUBTRAIR a DA 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ABAIXO DO RESULTADO OBTIDO

13'',08 − 2'',22 = 10'',86

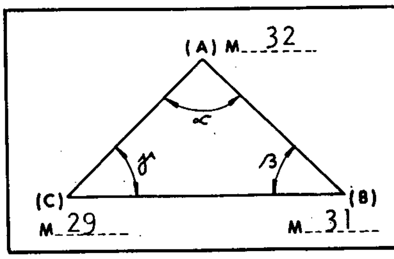
SE a > b SOMA-SE b A 1º MÉDIA E ELIMINA-SE TODAS LEITURAS ACIMA DO RESULTADO OBTIDO

\+ =

2º MÉDIA $= \dfrac{\Sigma \sphericalangle \text{ FINAL}}{\text{N LEITURA APÓS 2º ELIMINAÇÃO}}$ = 172'',7 ÷ 13 = ∢ 13'',28 = 32°26'13'',28

3º MÉDIA $= \alpha + \beta + \gamma - 180° = e \;\therefore\; (\alpha \frac{+e}{-3}) + (\beta \frac{+e}{-3}) + (\gamma \frac{+e}{-3}) = 180°$ e = −0'',29 $\frac{e}{3}$ = 0'',10

∴ ∢ MÉDIA FINAL = 13'',28 + 0'',10 — 32°26'13'',38



LOCAL ____

DATA ___/___/___ CALCULADO POR: ____

B I B L I O G R A F I A

Curso de Topografia .... Lelis Espartel - Editora Globo

Tratado de Topografia .... Davis - Foote - Kelly
Coleccion Ciencia Y Tecnica
Aguillar

Apostila de Topografia .... Escola de Engenharia de Bauru

Apostila de Topografia .... Setor Obras de Terra de Ilha Solteira

Apontamentos escolares .... Escola Tēcnica de Araraquara

Francisco Carlos David Valério - Formado no Curso Tēcnico de Estradas
Instituição Toledo de Ensino - Bauru
no ano de 1971
Tempo de Serviço em topografia:
8 anos
Cargo: Agrimensor Senior

Clāudio Perches - Formado no Curso de Agrimensura
Instituto Tēcnico Araraquara no ano de 1976
Tempo de serviço em topografia: 3 anos
Cargo: Agrimensor

APRESENTAÇÃO GRÁFICA

SERVIÇO DE TECNOLOGIA - SETOR TÉCNICO - EUI/T

REPRODUÇÃO

GRÁFICA VHI